Kontrollskrivning, 2008-05-05, kl. 13.15–15.00.

SF1649 Vektoranalys och komplexa funktioner, för E.

Kontrollskrivning MODUL 1. Skriv **program:** **samt namn och personnummer:**

1. (MODUL 1) Betrakta fältet

$$\mathbf{F} = (x, y, az),$$

där a är ett reellt tal. Bestäm om möjligt a så att $\mathbf{F}$ har en vektorpotential $\mathbf{A}$ (som alltså har $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{F}$). Bestäm därefter en sådan vektorpotential.

Om $\mathbf{F}$ ska ha en vektorpotential måste fältet vara divergensfritt, dvs

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial x}(x) + \frac{\partial}{\partial y}(y) + \frac{\partial}{\partial z}(az) = 1 + 1 + a = 0,$$

vilket kräver att $a = -2$. En vektorpotential blir

$$\mathbf{A} = (yz, -xz, 0).$$

Det finns förstås många andra!

---

2. (MODUL 1) Betrakta fältet

$$\mathbf{F} = (yz, xz, \alpha xy + \beta),$$

där α, β är reella tal. Avgör vad α, β ska vara för att $\operatorname{rot} \mathbf{F} = \mathbf{0}$. Finns det då en tillhörande skalär potential? I så fall, bestäm denna.

Vi räknar ut att

$$\operatorname{rot} \mathbf{F} = (\alpha x - x, y - \alpha y, z - z) = ((\alpha - 1)x, (1 - \alpha)y, 0),$$

vilket är noll precis då $\alpha = 1$; β får vara vad som helst. Vi har alltså

$$\mathbf{F} = (yz, xz, xy + \beta).$$

En skalär potential är

$$\phi = xyz + \beta z + \gamma,$$

där γ är en konstant, eftersom $\nabla \phi = \mathbf{F}$. Alla skalära potentialer är av denna form.