

Efternamn, förnamn, personnummer, studiestatus:

Efternamn, förnamn, personnummer, studiestatus:

Efternamn, förnamn, personnummer, studiestatus:

Inlämningsuppgift.

, för .

INLÄMNINGSUPPGIFT, MODUL 3

Lös följande uppgifter. Parametrarna a, b, c, d, e, f är de sex sista siffrorna i personnumret hos person nr ett ovan. Redovisning skall vara utförlig och ske skriftligen samt muntligen inför övningsledaren.

1. Härled en (enkel) integral-formel för hur man löser Poissons ekvation på enhetssfären i 3 dimensioner (\mathbf{r} är Ortsvektorn)

$$\nabla^2 \varphi(\mathbf{r}) = -\varrho(\mathbf{r}), \quad |\mathbf{r}| < 1,$$

givet homogena randvillkor

$$\varphi(\mathbf{r}) = 0, \quad |\mathbf{r}| = 1.$$

Vi antar härvid att ϱ är ett radiellt skalärfält, dvs att $\varrho(\mathbf{r})$ bara beror på $|\mathbf{r}| = r$.

2. Låt $\mathbf{r} = (x, y, z)$ vara Ortsvektorn, och lös explicit följande Poisson-problem:

$$\nabla^2 \varphi(\mathbf{r}) = ax + by + cz + dxy + eyz + fz^2, \quad |\mathbf{r}| < 1,$$

given Dirichlet-randvillkoret

$$\varphi(\mathbf{r}) = x^2, \quad |\mathbf{r}| = 1.$$

3. Låt $\mathbf{r} = (x, y, z)$ vara Ortsvektorn, och lös explicit följande Poisson-problem:

$$\nabla^2 \varphi(\mathbf{r}) = ax + by + cz + dxy + eyz + fz^2, \quad |\mathbf{r}| < 1,$$

givet Neumann-randvillkoret

$$\hat{\nu} \cdot \nabla \varphi(\mathbf{r}) = C, \quad |\mathbf{r}| = 1,$$

där C är en konstant, och $\hat{\nu}$ den utåtriktade enhetsnormalen. Vilket värde måste C ha för att vi skall få en lösning?