

# Tentamensskrivning

SF1608, Matematik I för Media1

2008-10-23, kl 14:00-19:00

Skriv namn och födelsenummer på varje blad. Endast en uppgift per blad. För betyg E (godkänt), D, C, B och A, krävs preliminärt 16, 19, 22, 26 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng. Samtliga behandlade uppgifter ska förses med utförlig lösning och motivering. Inga hjälpmedel!

1) Beräkna

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5} \quad (3p)$$

2) Bestäm den allmänna lösningen till

$$y'' + 4y = \cos x \quad (3p)$$

3) Hur många riskorn behövs för att på ett schackbrädes 64 rutor lägga 1 riskorn på brädets första ruta, 2 på dess andra ruta, 4 på dess tredje och så vidare, genom att varje gång dubbla antalet från föregående ruta, till och med dess 64:e och sista ruta? (3p)

4) Bestäm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^4 - 4 \sin x - \cos x}{x^2} \quad (3p)$$

5) Bevisa med hjälp av Eulers formel ( $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$ ), antingen att

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

eller (alternativt) att

$$\frac{1}{2}(1 + \cos 2\phi) = (\cos \phi)^2$$

(3p).

6) Bestäm i intervallet  $[1, 3]$  alla lokala extrempunkter (och deras karaktär) av funktionen

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x} \quad (4p)$$

7) Beräkna

$$\int_6^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 9x + 20} \quad (4p)$$

8) Bestäm den allmänna lösningen till

$$y'' - 3y' + 2y = 2e^x + 3x \quad (4p)$$

9) Beräkna derivatan av funktionen

$$f(x) = x^3 + \frac{1}{x} \quad (4p)$$

genom att använda derivatans definition.

10) Vad är längden av kurvan som beskrivs med hjälp av parametriseringen

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} \cos t + \frac{1}{4} \cos 2t \\ y(t) = \frac{1}{2} \sin t + \frac{1}{4} \sin 2t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi] \quad (4p)$$