

Uppgifter inför KS1 den 16 feb 2009. Matematik II för CL.

1. Utför matrismultiplikationen ABC om $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Fyll i det som saknas $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

3. Beräkna determinanterna a) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix}$

4. Beräkna determinanterna a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ bc & ac & ab \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 9 & 17 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

5. Lös med Gausselimination:

a) $2x + 2y + 2z = 0$
 $-2x + 5y + 2z = 1$
 $8x + y + 4z = -1$

b) $-2b + 3c = 1$
 $3a + 6b - 3c = -2$
 $6a + 6b + 3c = 5$

c) $x + y + 2z = 9$
 $2x + 4y - 3z = 1$
 $3x + 6y - 5z = 0$

6. För vilka värden på konstanten a har följande system ingen lösning? Precis en lösning? Oändligt många lösningar?

$x + 2y - 3z = 4$
 $3x - y + 5z = 2$
 $4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2$

7. Lös för ekvationssystemen:

a) $ax + by = a$
 $2bx - ay = b$ (använd Cramers regel)

b) $4x + ay = a + 2$
 $ax + y = 2$ för olika värden på a

c) Bestäm det värde på a för vilket ekvationssystemet saknar entydig lösning.

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\x + ay - 2z &= 3 \\x + y + z &= b\end{aligned}$$

8. Använd Cramers regel för att lösa ut endast y (utan att lösa ut x, z och w).

$$\begin{aligned}4x + y + z + w &= 6 \\3x + 7y - z + w &= 1 \\7x + 3y - 5z + 8w &= 3 \\x + y + z + 2w &= 3\end{aligned}$$

9. Uttryck vektorn $v = (-7, 3, 0, 8)$ som en linjärkombination av vektorerna $\{(1, 1, 1, 1), (1, 1, 0, 2), (1, 1, 1, 1)\}$

10. Avgör om vektorerna $\overline{v_1}, \overline{v_2}, \overline{v_3}$ är linjärt beroende eller oberoende då

a) $\overline{v_1} = (1, 2, 3)$, $\overline{v_2} = (5, 6, 1)$, $\overline{v_3} = (3, 2, 1)$

b) $\overline{v_1} = (1, 0, 1)$, $\overline{v_2} = (2, 1, 2)$, $\overline{v_3} = (3, 2, 0)$

11. Bestäm alla värden på k så att mängderna nedan är linjärt oberoende.

a) $\{(1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 1), (2, 3, 1, k)\}$ b) $\{(1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 0), (1, 2, k, 1)\}$

12. Kan följande vektorer bilda en bas i R^3 ?

a) $\overline{v_1} = (2, 0, 1)$, $\overline{v_2} = (4, 0, 7)$, $\overline{v_3} = (1, 1, 4)$

b) $\overline{v_1} = (1, 1, 2)$, $\overline{v_2} = (1, 1, 1)$, $\overline{v_3} = (2, 1, 1)$

c) $\overline{v_1} = (1, 0, 1)$, $\overline{v_2} = (1, 2, 1)$, $\overline{v_3} = (1, 3, 5)$, $\overline{v_4} = (2, 1, 4)$

d) $\overline{v_1} = (1, 1, 1)$, $\overline{v_2} = (1, 2, 1)$, $\overline{v_3} = (3, 0, 1)$

13. Bestäm koordinaterna för vektorn \overline{v} med avseende på basen $S = \{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \overline{v_3}\}$ då

$$\overline{v} = (2, 1, 3), \overline{v_1} = (1, 0, 0), \overline{v_2} = (2, 2, 0), \overline{v_3} = (3, 3, 3).$$

Facit:

$$\begin{array}{l} 1. \quad \begin{array}{cc} 18 & 15 \\ 46 & 39 \\ 4 & 3 \end{array} \quad 2. \quad \begin{array}{ccc} 25 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 7 & 3 \\ 9 & 1 & 5 & 3 \\ 8 & 1 & 2 & 0 \end{array} \end{array}$$

3. a) -4 b) 0

4. a) 0 b) 3

5. a) $x = -1/7 - 3/7t$, $y = 1/7 - 4/7t$, $z = t$
b) olöslig
c) $x=1$, $y=2$, $z=3$

6. $a=-4$ ingen; $a \neq \pm 4$ ingen; $a=4$ oändligt många.

7a) $x = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + 2b^2}$, $y = \frac{ab}{a^2 + 2b^2}$

b) $a \neq \pm 2 : x = \frac{1}{2+a}$, $y = \frac{4+a}{2+a}$

$a = 2 : x = t, y = 2 - 2t$, dvs oändligt många lösningar,
 $a = -2$: lösning saknas.

c) $a = -1$

8. $y =$

9. $(-7, 3, 0, 8) = 2(1, 1, 1, 0) + 3(1, 1, 0, 2) - 2(1, 1, 1, 1)$

10. a) linjärt beroende b) linjärt oberoende

11. a) linjärt oberoende för alla $k \neq 3$ b) linjärt oberoende för alla $k \neq 5/2$

12.a) och b) ja, de är linjärt oberoende.

c) ej en bas 4 vektorer i R^3 kan ej vara linjärt oberoende

d) Ej en bas, de är linjärt beroende.

13. $\overline{v_s} = (3, 2, 1)$