KTH Matematik, Hans Thunberg
SF1622 Envariabelanalys och Linjär Algebra, HT 2008 för Öppen Ingång

Grupparbete till lektionspass L2, 17/10.

(1) Beräkna följande gränsvärden

(a) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^{100}+e^{2x}}{\ln x^2 + e^{3x}}$.

(b) $\lim_{x\to 2} \dfrac{e^4-2}{e^{2x}-2}$

(c) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x}{2x}$

(d) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{5x}$

(e) $\lim_{x\to 9} \dfrac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

Kan du “se” dessa gränsvärden på din grafritare?

(2) Låt $f(x)=\sqrt{x}$.

(a) Bestäm ekvationen för tangentlinjen till $y=f(x)$ i punkten $(9,3)$.

(b) Skissera en figur av funktionsgrafen och tangentlinjen.

(c) Figuren antyder att man kan använda tangentlinjen för att approximera $\sqrt{x}$ för x-värden nära 9. Förklara!

(d) Skriv upp en formel för approximation av $\sqrt{x}$ för x-värden nära 9. Beräkna närmevärden till $\sqrt{9.1}$ och $\sqrt{8.7}$.

(e) Försök att generalisera detta.

(3) Funktionen $R(x)$ har $y=x+1$ som asymptot då $x\to\pm\infty$, och dessutom en vertikal asymptot i $x=2$.

(a) Skissera ett tänkbart utseende på grafen $y=R(x)$.

(b) Ange en rationell funktion $R(x)$ med ovan angivna asymptoter.

(4) En vattentank i form av en rät cirkulär kon har spetsen vänd nedåt. Toppradien är 6 m. Tankens djup är 8 m. Vatten fylls på med hastigheten 0.1 m^3/min. Med vilken hastighet stiger vattentyan då vattendjupet är 4 m?

Extrauppgift för den som vill fundera vidare: Undersök funktionen $f(x) = 3x\cos\frac{1}{2x}$. Vilken är funktionens definitionsmängd? Hur vill din grafritare gestalta funktionen? Hur skulle du skissa funktionens graf? Kan vi utvidga definitionen så att funktionen är definerad och kontinuerlig för alla x på reella axeln? Motivera svaret ordentligt!