KS1A LÖSNINGSFÖRSLAG
+ SVAR KS1B

① $f(x) = \ln(x^2+2x+2)$, $-2 \leq x \leq 1$

$$f'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x+2}$$

Eftersom $x^2+2x+2 = (x+1)^2+1 > 0 \quad \forall x$
är f definierad och deriverbar $\forall x$
$\Rightarrow$ singulära punkter saknas.

$f' = 0 \Leftrightarrow 2x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$
$\Rightarrow$ en kritisk punkt $x=-1$ i $[-2,1]$

Största och minsta värde antas därför i $x=-1$ eller i någon av randpunkterna

$$f(-2) = \ln(4-4+2) = \ln 2$$
$$f(-1) = \ln(1-2+2) = \ln 1 = 0$$
$$f(1) = \ln(1+2+2) = \ln 5$$

Svar: Största värde: $f(1) = \ln 5$
Minsta värde $f(-1) = 0$

[SVAR KS1B: Största värde $f(1) = 1/\sqrt{e}$
Minsta värde $f(0) = 0$]

(2) $f(x) = xe^{-x}$ $D_f = (-\infty, \infty)$

$f(x) = 0 \iff x = 0$

$f(x) > 0 \iff x > 0$

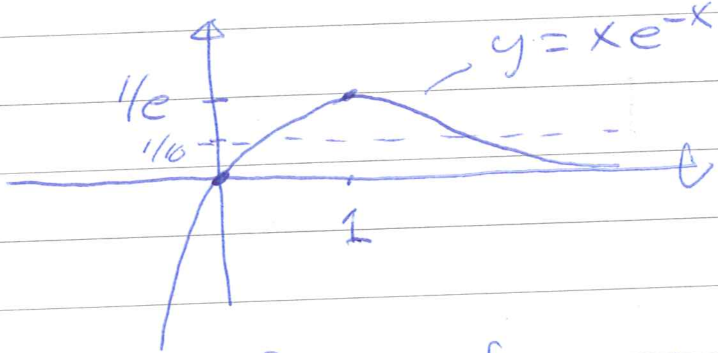
$< 0 \iff x < 0$

$f'(x) = e^{-x} - xe^{-x}$, så $f' = 0 \iff x = 1$

x		0		1	
$(1-x)$	+	+	+	0	− − −
e^{-x}	+	+	+	+	+ + +
$f' = e^{-x}(1-x)$	+	+	+	0	− − −
f	↗			$f(1) = \frac{1}{e}$	↘

$\lim_{x \to +\infty} xe^{-x} = 0$ (std. gr.vä)

$\lim_{x \to -\infty} xe^{-x} = -\infty$



Av figur framgår att

SVAR: ekvationen $xe^{-x} = \frac{1}{10}$ har två lösningar

[SVAR KS1B: Ekvationen $\frac{\ln x}{x} = \frac{1}{10}$ har två lösningar]

3.

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \sin 3x}{1-\cos x} = \left\{ \sin t = t + B(t)\,t^3 \right\}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x\left(3x - B(3x)(3x)^3\right)}{1-\left(1-\frac{x^2}{2}+B(x)x^4\right)} = \left\{ \begin{matrix} B(3x)(3x)^3 = B(x)\,x^3 \\ x\,B(x)\,x^3 = B(x)\,x^4 \end{matrix} \right\}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{3x^2 + B(x)(x^4)}{x^2/2 + B(x)\,x^4} = \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x^2}\,(3 + \underbrace{B(x)\,x^2}_{\to 0})}{\cancel{x^2}\,(\frac{1}{2} + \underbrace{B(x)\,x^2}_{\to 0})}$$

$$= \frac{3}{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{6}}$$

Svar: 6

[Svarksib: 2]