LAPPSKRIVNING 3, SF1622 HT08

Efternamn, förnamn	Personnummer	Program	Blad nr	Uppgift nr
LÖSNINGSFÖRS. VER A +	SVAR VER B			

1. Vi löser först motsv. homogena ekv. som har karaktäristisk ekvation

$$r^2 - r - 20 = 0 \Leftrightarrow r = -4 \lor r = 5$$

$$\Rightarrow \quad y_h(x) = Ae^{5x} + Be^{-4x}$$

Vi ansätter en partikulär lösning

$$y_p(x) = ce^{6x} \Rightarrow y_p'(x) = 6ce^{6x} \Rightarrow y_p''(x) = 36ce^{6x}$$

Insatt i given ekvation:

$$36ce^{6x} - 6ce^{6x} - 20ce^{6x} = 30ce^{6x}$$

$$\Leftrightarrow \quad 10ce^{6x} = 30ce^{6x} \Leftrightarrow c = 3$$

dvs $\quad y_p(x) = 3e^{6x}$

Allmän lösning ges av $y(x) = y_h(x) + y_p(x)$

<u>SVAR:</u> $y(x) = Ae^{5x} + Be^{-4x} + 3e^{6x}$

<u>SVAR B-ver.</u> : $y(x) = Ae^{-6x} + Be^{4x} + 2e^{5x}$

Efternamn, förnamn | Personnummer | Program | Blad nr | Uppgift nr

2. $A\bar{x} = \bar{b}$, A kvadratisk matris

a) har entydig lösning

$\Leftrightarrow \det A \neq 0$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{vmatrix} \begin{matrix} (-1) & (-2) \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} \underset{\text{kolom 1}}{\overset{\text{utv. längs}}{=}}$$

$$= 1 \cdot \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -8 - 6 = -14 \neq 0.$$

Alltså har systemet entydig lösning

b) De tre ekvationerna representerar varsitt plan i rymden.

Att systemet har en entydig lösning betyder att det finns precis en punkt som tillhör alla tre planen.

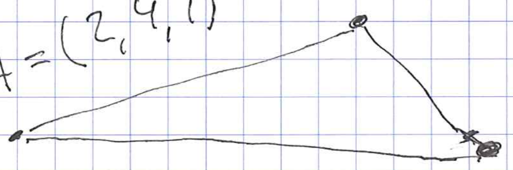
Alltså: Planen skär varandra i precis en gemensam skärningspunkt.

Efternamn, förnamn	Personnummer	Program	Blad nr	Uppgift nr

3.

$B=(1,6,4)$

$A=(2,4,1)$



$C=(6,4,7)$

a)

Rät vinkel vid $B \iff \vec{BA} \perp \vec{BC}$

$$\iff \vec{BA}\cdot\vec{BC}=0$$

$$\vec{BA}=\vec{OA}-\vec{OB}=\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\6\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-2\\-3\end{pmatrix}$$

$$\vec{BC}=\vec{OC}-\vec{OB}=\begin{pmatrix}6\\4\\7\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\6\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\-2\\3\end{pmatrix}$$

$$\vec{BA}\cdot\vec{BC}=1\cdot 5+(-2)(-2)+(-3)\cdot 3=0,$$ V.S.B.

b)

$$\overline{n}=\vec{BA}\times\vec{BC}=\begin{pmatrix}1\\-2\\-3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}5\\-2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-12\\-18\\8\end{pmatrix}$$

är en normalvektor till $\triangle ABC$, så även t.ex $\overline{n}_1=-\frac{1}{2}\overline{n}=\begin{pmatrix}6\\9\\-4\end{pmatrix}$.

$\overline{n}$ (och $\overline{n}_1$) blir riktningsvektor till en linje L vinkelrät mot $\triangle ABC$. Om L går igenom B fås

$$\boxed{\text{SVAR: } L:\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\6\\4\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}6\\9\\-4\end{pmatrix}}$$

SVAR B-version: $L:\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\7\\4\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}9\\6\\4\end{pmatrix}$