KTH Matematik

kontrollskrivning nr 1 i SF1624 för IT(CINTE1) & ME(CMIEL1)

4 november 2007, kl 14.15-15.00

Version vänster.
Inga hjälpmedel

Varje uppgift poängsättas med maximalt 3 poäng. För godkänt krävs minst 5 poäng av total 9 poäng. Samtliga behandlade uppgifter ska förse med utförlig lösning och motivering

Skrivningen skall lämnas tillbaka till din lektions lärare med dina lösningsförslag

prog	Efternamn	Förnamn	Personnr	Resultat

När kontrollskrivningarna är rättade kan de återfås hos övningsläraren. Observera:
* Den som vill klaga över rättningen av sin skrivning skall skriva ner sina synpunkter (gärna kortfattat) och lämna klagoskriften + skrivningen till sin lärare för vidare befordran till den som har rättat.

1. Uppdela vektorn $\boldsymbol{w} = (3,2,6)$ i två vinkelräta komposanter, av vilka den ena är parallell med vektorn $\boldsymbol{r} = (6,8,4)$).

2. Bestäm $(A + A^t)A$ då $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

3. Ett plan går genom punkten (1,2,3) och är parallell med planet $x + 2y + z - 1 = 0$. Bestäm planets ekvation.

KTH Matematik

kontrollskrivning nr 1 i SF1624 för IT(CINTE1) & ME(CMIEL1)

4 november 2007, kl 14.15-15.00

Version höger.
Inga hjälpmedel

Varje uppgift poängsättas med maximalt 3 poäng. För godkänt krävs minst 5 poäng av total 9 poäng. Samtliga behandlade uppgifter ska förse med utförlig lösning och motivering

Skrivningen skall lämnas tillbaka till din lektions lärare med dina lösningsförslag

prog	Efternamn	Förnamn	Personnr	Resultat

När kontrollskrivningarna är rättade kan de återfås hos övningsläraren. Observera:
* Den som vill klaga över rättningen av sin skrivning skall skriva ner sina synpunkter (gärna kortfattat) och lämna klagoskriften + skrivningen till sin lärare för vidare befordran till den som har rättat.

1. Uppdela vektorn $\boldsymbol{w}$ = (6,2,3) i två vinkelräta komposanter, av vilka den ena är parallell med vektorn $\boldsymbol{r}$ = (4,8,6)).

2. Bestäm $(A + A^t)A$ då $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

3. Ett plan går genom punkten (3,2,1) och är parallell med planet $x + 2y - z - 1 = 0$. Bestäm planets ekvation.

Lösningsförslag till kontrollskrivning nr 1 i SF1624 för IT(CINTE1) & ME(CMIEL1) 4 november 2007, kl 14.15-15.00

Vänster:

1. Vektorn $\boldsymbol{u} = \text{proj}_{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{w} = \dfrac{\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{r}}{\|\boldsymbol{r}\|^2}\,\boldsymbol{r} = (3,4,2)$ är parallell med $\boldsymbol{r}$ och vektorn

$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{w} - \boldsymbol{u} = (0,-2,4)$ är vinkelrät mot $\boldsymbol{r}$.

2. $A + A^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ och $(A + A^t)A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} =$

$$= \begin{bmatrix} (0,1,1)\cdot(0,1,0) & (0,1,1)\cdot(0,0,1) & (0,1,1)\cdot(1,0,0) \\ (1,0,1)\cdot(0,1,0) & (1,0,1)\cdot(0,0,1) & (1,0,1)\cdot(1,0,0) \\ (1,1,0)\cdot(0,1,0) & (1,1,0)\cdot(0,0,1) & (1,1,0)\cdot(1,0,0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$\boxed{\textbf{Svar: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.}$

---

3. Det sökta planet har normalen $(1,2,1)^t$ (ty parallell med planet $x + 2y + z - 1 = 0$) .
Ur $Ax + By + Cz + D = 0$, sätt in $(A,B,C)^t = (1,2,1)^t$
Och får $x + 2y + z + D = 0$. Konstanten D fås via insättning av punkten (1,2,3). Detta ger
$1 + 2(2) + 3 + D = 0 \Rightarrow D = -8$
Svar $x + 2y + z - 8 = 0$

Höger

1. Vektorn $\boldsymbol{u} = \mathrm{proj}_{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{r}}{\|\boldsymbol{r}\|^2}\ \boldsymbol{r}\ = (2,4,3)$ är parallell med $\boldsymbol{r}$ och vektorn $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{w} - \boldsymbol{u} = (4,-2,0)$ är vinkelrät mot $\boldsymbol{r}$.

Svar *(2,4,3,)* och *(4,-2,0)*.

---

2. $A + A' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ och $(A + A')A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$

$$= \begin{bmatrix} (0,1,1)\cdot(0,0,1) & (0,1,1)\cdot(1,0,0) & (0,1,1)\cdot(0,1,0) \\ (1,0,1)\cdot(0,0,1) & (1,0,1)\cdot(1,0,0) & (1,0,1)\cdot(0,1,0) \\ (1,1,0)\cdot(0,0,1) & (1,1,0)\cdot(1,0,0) & (1,1,0)\cdot(0,1,0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Svar: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$

3. Det sökta planet har normalen $(1,2,\ -1)^t$ (ty parallell med planet $x + 2y\ - z\ - 1 = 0$) .
Ur $Ax + By + Cz + D = 0$, sätt in $(A,B,C)^t = (1,2,\ -1)^t$
Och får $x + 2y - z + D = 0$. Konstanten D fås via insättning av punkten (3,2,1). Detta ger
$3 + 2(2) - 1 + D = 0 \Rightarrow D = -6$
Svar $x + 2y - z - 6 = 0$