KTH Matematik

kontrollskrivning nr 1 i 5B1146 för IT & ME
10 november 2006, kl 13.15-15.15

Version höger.
Inga hjälpmedel

Varje uppgift poängsättas med maximalt 3 poäng. För godkänt krävs minst 5 poäng av total 9 poäng. Samtliga behandlade uppgifter ska förse med utförlig lösning och motivering

Skrivningen skall lämnas tillbaka till din lektions lärare med dina lösningsförslag

prog	Efternamn	Förnamn	Personnr	Resultat

När kontrollskrivningarna är rättade kan de återfås hos övningsläraren. Observera:
* Den som vill klaga över rättningen av sin skrivning skall skriva ner sina synpunkter (gärna kortfattat) och lämna klagoskriften + skrivningen till sin lärare för vidare befordran till den som har rättat.

1. Bestäm ortogonala projektionen och längden av denna av vektorn $\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ på linjen L med riktningsvektor $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}$.

2. Bestäm matrisen $(A^t - B)A$, där $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + 5y + 6z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 3 \\ 3x + 5y + 4z = 4 \end{cases}$.

KTH Matematik

kontrollskrivning nr 1 i 5B1146 för IT & ME
10 november 2006, kl 13.15–15.15

Version vänster.
Inga hjälpmedel

Varje uppgift poängsättas med maximalt 3 poäng. För godkänt krävs minst 5 poäng av total 9 poäng. Samtliga behandlade uppgifter ska förse med utförlig lösning och motivering.

Skrivningen skall lämnas tillbaka till din lektions lärare med dina lösningsförslag

prog	Efternamn	Förnamn	Personnr	Resultat

När kontrollskrivningarna är rättade kan de återfås hos övningsläraren. Observera:
* Den som vill klaga över rättningen av sin skrivning skall skriva ner sina synpunkter (gärna kortfattat) och lämna klagoskriften + skrivningen till sin lärare för vidare befordran till den som har rättat.

1. Bestäm ortogonala projektionen och längden av denna av vektorn $\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ på linjen L med riktningsvektor $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2. Bestäm matrisen $(A^{\mathrm{t}} - B)A$, där $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 3x + 5y + 4z = 4 \\ 3x + 4y + 2z = 5 \\ 4x + 5y + 2z = 7 \end{cases}$.

Lösningsförslag till KS1,

Höger

1. (Se ex 1.26 sid 37 och/ellr ex 2.13 sid 121)Vektorn $\boldsymbol{u} = \text{proj}_{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{r}}{\|\boldsymbol{r}\|^2}\ \boldsymbol{r} \ = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ är parallell

med vektorn $\boldsymbol{r}$

Svar: $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ och $\left\| \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \right\| == \sqrt{2^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{29}$

2. Vi har

$$A^{\mathrm{t}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{\mathrm{t}} - B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(A^{\mathrm{t}} - B)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0,0,1) \cdot (1,0,1) & (0,0,1) \cdot (1,1,0) \\ (1,0,-1) \cdot (1,0,1) & (1,0,-1) \cdot (1,1,0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\boxed{\textbf{Svar: } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.}$$

3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 5 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 4 & 4 \end{array}\right)_{r_3 - r_2} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 5 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right)^{r_1 - 2r_3} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right) r_2 - 2r_3 \Leftrightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right)^{r_1 \times r_3} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{array}\right) r_2 + r_3 \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{array}\right) \Leftrightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{array}\right)^{r_1 - 2r_2} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{array}\right) \Leftrightarrow z = t,\ y = -1 - 2t,\ x = 3 + 2t$$

$$\boxed{\textbf{Svar: } x = 3 + 2t,\ y = -1 - 2t,\ z = t.}$$

Vänster

1. (se ex 1.26 sid 37 och/ellr ex 2.13 sid 121) Vektorn $\boldsymbol{u} = \text{proj}_{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{r}}{||\boldsymbol{r}||^2}\;\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix}3\\4\\2\end{pmatrix}$ är parallell med $\boldsymbol{r}$.

Svar: $\begin{pmatrix}3\\4\\2\end{pmatrix}$ och $\left\|\left(\begin{pmatrix}3\\4\\2\end{pmatrix}\right)\right\| = \sqrt{3^2+4^2+2^2} = \sqrt{29}$

2. Vi har

$$A^{\mathrm{t}} = \begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^{\mathrm{t}} - B = \begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\1 & 0 & 1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\1 & 0 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$(A^{\mathrm{t}} - B)A = \begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}(1,0,-1)\cdot(1,1,0) & (1,0,-1)\cdot(1,0,1)\\(0,0,1)\cdot(1,1,0) & (0,0,1)\cdot(1,0,1)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}.$$

$\boxed{\textbf{Svar: } \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}.}$

3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c}3 & 5 & 4 & 4\\3 & 4 & 2 & 5\\4 & 5 & 2 & 7\end{array}\right)_{r_3 - r_2} \sim \left(\begin{array}{ccc|c}3 & 5 & 4 & 4\\3 & 4 & 2 & 5\\1 & 1 & 0 & 2\end{array}\right)^{r_1 - 3r_3} \sim \left(\begin{array}{ccc|c}0 & 2 & 4 & -2\\3 & 4 & 2 & 5\\1 & 1 & 0 & 2\end{array}\right) r_2 - 3r_3 \Leftrightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}0 & 2 & 4 & -2\\0 & 1 & 2 & -1\\1 & 1 & 0 & 2\end{array}\right)^{r_1 \times r_3} \sim \left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 0 & 2\\0 & 1 & 2 & -1\\0 & 2 & 4 & -2\end{array}\right)_{r_3 - 2r_2} \sim \left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 0 & 2\\0 & 1 & 2 & -1\\0 & 0 & 0 & 0\end{array}\right) \Leftrightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 0 & 2\\0 & 1 & 2 & -1\end{array}\right)^{r_1 - r_2} \sim \left(\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & -2 & 3\\0 & 1 & 2 & -1\end{array}\right) \Leftrightarrow\ z = t,\ y = -1 - 2t,\ x = 3 + 2t$$

$\boxed{\textbf{Svar: } x = 3 + 2t,\ y = -1 - 2t,\ z = t.}$
