Läxa till Modul1. **KS1** =**tre obetydligt ändrade tal kommer att väljas ur de nedanstående föreslagna talen**

Läxa1 till föreläsning1

1. Punkterna A och B delar sträckan mellan punkterna $(1,4,2)$ och $(4,1,5)$ i tre lika delar. Bestäm A och B.

2. Bestäm talet a så att
   a. vektorerna $\boldsymbol{u} = (a,2,a+2)$ och $\boldsymbol{v} = (a+1,a+3,6)$ är parallella.
   b. vektorerna $\boldsymbol{u} = (a,a,a+2)$ och $\boldsymbol{v} = (a+1,a+3,a-3)$ är ortogonala.
   c. vektorerna $\boldsymbol{u} = (1,1,0)$ och $\boldsymbol{v} = (a,a-1,a)$ bildar vinkel $\pi/4$.

3. Uppdela vektorn $(3,2,-1)$ i två vinkelräta komposanter, av vilka den ena är parallell med vektorn $(2,1,2)$.

4. Kraften $\boldsymbol{F} = (9,4,5)$ påverkar en kropp belägen i punkten $P = (2,0,0)$. Kroppen rör sig rätlinjigt mot punkten $Q = (3,2,2)$. Hur stor är kraften i vägens riktning?

Svar:

1. $(2,3,3)$ och $(3,2,4)$.

4. a. 1. b. -2 eller 1. c. 2.

3. $\frac{2}{3}(2,1,2)$ och $\frac{1}{3}(5,4,-7)$

4. $(3,6,6)$.

Läxa2 till föreläsning2

5. Bestäm vinkeln mellan vektorerna $(-2,2,4)$ och $(6,3,-3)$.

6. Låt $\boldsymbol{u} = (1,1,2)$ och $\boldsymbol{v} = (2,1,1)$. Beräkna

   a. $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$
   b. $\boldsymbol{v} \times 2\boldsymbol{u}$
   c. $(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) \times \boldsymbol{u}$
   d. $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{v}$

7. Beräkna trippelprodukterna $\boldsymbol{u} \bullet (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w})$, $\boldsymbol{v} \bullet (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{w})$ och $\boldsymbol{w} \bullet (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{u})$ då $\boldsymbol{u} = (1,1,2)$, $\boldsymbol{v} = (2,2,1)$ och $\boldsymbol{w} = (1,2,1)$.

8. Beräkna arean av triangeln ABC då $A = (2,2,1)$, $B = (2,3,2)$ och $C = (6,5,2)$.

9. En parallellepiped har fyra av sina hörn i punkterna $(1,1,2)$, $(2,1,0)$, $(0,1,1)$ och $(1,2,3)$. Beräkna dess volym.

Svar:

5. $2\pi/3$.
6. a. $(-1,3,-1)$ b. $(2,-6,2)$ c. $(7,1,-4)$ d. $(-1,3,-1)$
7. $3; -3; -3$.
8. 3.ae
9. 3 ve

Läxa3 till föreläsning3

10. Bestäm ekvationen för det plan som går genom punkterna (1,1,2), (2,2,1) och (1,0,1). Beräkna också avståndet från punkten (6,–1,2) till detta plan.

11. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkten (3,1,0) och linjen $\boldsymbol{r}(t) = (1 - t, 1 + t, 1 + t)$.

12. Ett plan går genom punkten (2,1,3) och är parallell med planet $x - 2y + z = 1$. Bestäm planets ekvation.

13. Bestäm ekvationen för det plan som går genom punkten (2,1,3) och som är vinkelrätt mot linjen $\boldsymbol{r}(t) = (t + 1, 1 + 2t, 2t + 1)$.

14. Linjen L går genom punkterna (1,1,0) och (2,2,1). Linjen K går genom punkten (2,3,4) och är parallell med linjen L. Bestäm de båda linjernas ekvationer.

15. Bestäm ekvationen för skärningslinjen mellan planen $3x + y + 2z = 1$ och $x - 2y + z = 0$.

16. Beräkna avståndet mellan linjen $\boldsymbol{r}(t) = (1 + 3t, 3 + t, -2t)$ och planet $x - y + z = 4$.

Svar:

10. $2x - y + z = 3$, $2\sqrt{6}$.
11. $x - y + 2z = 2$.
12. $x - 2y + z = 3$.
13. $x + 2y + 2z = 10$.
14. L: $(x,y,z) = (1 + t, 1 + t, t)$. K: $(x,y,z) = (2 + t, 3 + t, 4 + t)$.
15. 21. $\boldsymbol{r}(t) = (1 - 5t, t, 7t - 1)$.
16. $2\sqrt{3}$.

Läxa4 till föreläsning4

17. Bestäm matrisen $(3\boldsymbol{A} + 2\boldsymbol{A}^{t})^{t}$ där $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

18. Bestäm matrisen $(\boldsymbol{A}^{t} - 2\boldsymbol{B})\boldsymbol{A}$ där $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ och $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

19. Bestäm a, b och c så att $\begin{pmatrix} a & 1 & c \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ b & b & 2b \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

20. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}^{T} = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}^{T} \\ \boldsymbol{A}^{T} + 2\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \end{cases}$.

Tips: Transponera ledvis någon ekvation.

Svar:

17. $\begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 \\ 8 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

18. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

19. $a = 0,\ b = 1,\ c = 0.$

20. $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Läxa till föreläsning 5

21. För en linjär avbildning T: $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ gäller att $T\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ och $T\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Bestäm matrisen för T.

Tips: Antag att $T=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Lös ekvationssystemet $T\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $T\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

22. Låt A: $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ vara en avbildning med matrisen $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

a. Undersök om $\boldsymbol{v} = (1,1,0)^t$ tillhör bilden av $\mathbf{R}^2$ (dvs undersök om det finns någon vektor $\boldsymbol{u}$ i $\mathbf{R}^2$ sådan att $A(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{v}$.

b. Undersök om $\boldsymbol{v} = (1,1,1)^t$ tillhör bilden av $\mathbf{R}^2$.

c. Visa att varje punkt $(x_1, x_2)^t$ avbildas på en punkt $(w_1, w_2, w_3)^t$ som ligger i planet $w_1 - w_2 + w_3 = 0$.

23. .En avbildning definieras genom att varje vektor i rymden speglas i planet $2x+2y+z=0$. Visa att avbildning är linjär och bestäm dess matris

(se ex 2.49 sid 149).

24.Bestäm matrisen för den linjära avbildningen $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$ som ortogonalt projicerar rummets vektorer på planet $2x-y+z=0$. Använd sedan denna matris för att beräkna projektionen i detta plan av punkten $P=(1,2,3)$

Ur kursboken

25. tal 2.32,

26. tal 2.34 (a) (ej (b))

Svar:

21. $T=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

22. a. Ja. b. Nej

23. $\begin{pmatrix} 1/9 & -8/9 & -4/9 \\ -8/9 & 1/9 & -4/9 \\ -4/9 & -4/9 & 7/9 \end{pmatrix}$

24. $\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ och $\frac{15}{6}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

25 . (se ex 2.48 i kursboken ellr förel 5 ex7). 26. (se ex 2.48 i kursboken).