

Kontrollskrivning 1B

i SF1625 Envariabelanalys för E, ht 2008.

- Inga hjälpmedel.
- Varje tal ger maximalt 3 poäng. För godkänd KS krävs minst 5 poäng sammanlagt.

1. Bestäm $\tan(\arccos(-1/3))$.

Lösning: Rita vinkeln $\theta = \arccos(-1/3)$ i enhetscirkelns andra kvadrant, samt inse dels att $\sin \theta > 0$ och dels att enligt Pythagoras ges $y = \sin \theta$ av

$$1^2 = y^2 + (1/3)^2 \iff y^2 = 8/9 \implies y = 2\sqrt{2}/3.$$

SVAR: $\tan(\theta) = \sin(\theta)/\cos(\theta) = -2\sqrt{2}$.

2. Låt

$$f(x) = \frac{x-5}{2x+3} \quad \text{då} \quad x \neq -3/2.$$

Beräkna f 's invers f^{-1} , samt verifiera att

$$f(f^{-1}(y)) = y \quad \text{och} \quad f^{-1}(f(x)) = x.$$

Lösning:

$$y = \frac{x-5}{2x+3} \iff y(2x+3) = x-5 \iff$$

$$x(1-2y) = 3y+5 \iff x = \frac{3y+5}{1-2y} \quad \text{då} \quad y \neq 1/2.$$

$$f(f^{-1}(y)) = \frac{\frac{3y+5}{1-2y} - 5}{2\frac{3y+5}{1-2y} + 3} = \frac{3y+5-5+10y}{6y+10+3-6y} = \frac{13y}{13} = y.$$

$$f^{-1}(f(x)) = \frac{3\frac{x-5}{2x+3} + 5}{1 - 2\frac{x-5}{2x+3}} = \frac{3x-15+10x+15}{2x+3-2x+10} = \frac{13x}{13} = x.$$

3. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{4x} \cdot \sin 2x).$$

Lösning: $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \implies -e^{4x} \leq e^{4x} \cdot \sin 2x \leq e^{4x}$; då $x \rightarrow -\infty$ går båda ytterleden mot 0, varför

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{4x} \cdot \sin 2x = 0.$$