

## SF 1625 Envariabelanalys, 7.5 hp, för M1 ht 2008.

Detta är en grundläggande kurs i differential- och integralkalkyl för *funktioner av en variabel*:  $y = f(x)$ . De viktigaste förekommande begreppen är *derivator* och *integraler*, som kommer att dyka upp i de flesta av de tillämpade ämnena. Dessutom tittar vi lite på *oändliga serier*, som man måste förstå till exempel när man studerar växelströmsteknik, där (komplexa) Fourierserier spelar en fundamental roll.

**Kalkylen** eller **analysen** är de flesta naturvetenskapliga ämnens *språk* och kräver nog egentligen minst ett helt års helhjärtade studier – vilket annat (naturligt) språk kan man lära sig på mindre än ett år?

Efter genomgången kurs SKALL Osquarulda kunna följande:

- Förstå, tolka och använda differential- och integralkalkylens grundbegrepp: elementära funktioner, gränsvärden, kontinuitet, derivator, integraler och serier.
- Behärska de elementära funktionerna, det vill säga polynom, rationella funktioner, exponentialfunktioner, potensfunktioner, logaritmer samt de trigonometriska och hyperboliska funktionerna och deras inverser.
- Beräkna diverse olika gränsvärden genom att använda kända standardgränsvärden, Taylorutveckling samt l'Hospitals regel.
- Använda derivatan som ett verktyg för att förstå funktioner och deras grafer, finna lokala och globala extrempunkter, bestämma värdemängder, analysera olikheter, etcetera.
- Förstå och använda Taylors formel med feluppskattning för att approximera funktioner med hjälp av polynom.
- Lösa andra ordningens linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter.

- Redogöra för Riemannintegralens definition, några av dess tolkningar och tillämpningar.
- Beräkna vissa bestämda integraler med hjälp av primitiva funktioner, variabelsubstitutioner, partiella integrationer och partialbråksuppdelningar.
- Avgöra om vissa generaliserade integraler och oändliga serier är konvergenta (dvs. har ett bestämt ändligt värde) eller är divergenta.

**Kurslitteratur:** Arne Persson och Lars–Christer Böiers, *ANALYS I EN VARIABEL*, andra upplagan, Studentlitteratur, 2001 (och senare), samt Anonym (Persson–Böiers?), *ÖVNINGAR I ANALYS I EN VARIABEL*, upplaga 5:3, Studentlitteratur, 2008.

Dessa kan man köpa i studentkårens bokhandel.

Vidare används stencilen *Kompletterande kurslitteratur om serier* av Hans Thunberg, KTH, 200x (nedan kallad K), som man kan ladda ner från kurshemsidan.

Föreläsaren kan emellanåt komma att använda övningsuppgifter ur förra årets problemsamling, Eike Petermann, *Analytiska metoder I. Övningsbok*, andra upplagan, Studentlitteratur, år 2000 (och senare).

Förra året satte *Dagens uppgifter* Oskar i arbete. De kan nås via en länk (till <http://www.math.kth.se/~bronek/0809/amelia1/dagens.html>) från kursens hemsida <http://www.math.kth.se/math/GRU/2008.2009/SF1625/CMAST/>. OBSERVERA att kursens (och därmed examinationens) svårighetsgrad är bestämd av kurslitteraturen.

Som bredvidläsning rekommenderas förra årets lärobok av Eike Petermann, *Analytiska metoder I*, fjärde upplagan, Studentlitteratur, 200y.

**Undervisningen** ges i form av 25 föreläsningar och 12 övningar. Huvudsyftet med föreläsningarna är att *förklara* matematiken så väl att alla inser att den här kursen egentligen inte innehåller några märkvärdigheter.

Eftersom det är så pass få övningar, så kommer föreläsningarna även att ägnas åt att lösa uppgifter från övningshäftet eller andra problem. Ytterligare problemlösning ges på övningarna, där man alltså får testa hur mycket man har förstått.

OBSERVERA att undervisningen främst är avsedd för de Osquaruldor som föredrar muntlig framställning framför att läsa in kurslitteraturen på egen hand. Jämfört med läroboken blir undervisningen mera informell (där

figurer och resonemang ersätter rigorösa bevis) och erbjuder möjlighet att *ställa frågor*. Missa inte detta!

**Examination:** Kursen är uppdelad i *fyra moduler*. Var och en av dessa avslutas med en *kontrollskrivning* (KS) omfattande tre tal. Varje KS-tal ger maximalt 3 poäng, och för godkänt krävs sammanlagt minst 5 poäng.

Den som fått godkänt på kontrollskrivning  $i$  (där alltså  $i = 1, 2, 3$  eller  $4$ ) får automatiskt full poäng på tentamenstal nummer  $i$ , s k *bonuspoäng* (bp). Dessa bp gäller **bara** vid den *egna* kursens tentamen den 15 december 2008 och vid den *egna* kursens omtentamen år 2009.

Observera att *alla fyra KS måste* skrivas i *samma grupp*. Notera alltså i vilken grupp Du skriver Din första KS!

**Tentamensskrivningen** innehåller först 4 tal à 3 poäng svarande mot de fyra modulerna, och sedan 4 tal à 4 poäng vardera. Så tillsammans kan man få maximalt 28 poäng.

**Inga hjälpmedel** är tillåtna vid tentan.

Ordinarie tentamen ges måndagen den 15 december, klockan 14–19. Senare ges också en omtentamen.

**Betygsgränser:** 25–28 poäng ger betyget A, 23–25 poäng ger betyget B, 20–22 poäng ger betyget C, 17–19 poäng ger betyget D och 14–16 poäng ger betyget E.

**Kompletteringstentamen:** De som fått 13 poäng på tentamensskrivningen får betyget Fx, och har därmed möjlighet att *komplettera* till betyget E.

**OBS: Obligatorisk tentamensanmälan minst 14 dagar före tentan via MINA SIDOR.**

**Kursansvarig:** Karim Daho.

**Föreläsare:** Jockum Aniansson, jockum@kth.se.

**Övningsledare:**

**grupp 1** Katarina Bergerova, bergero@kth.se,

**grupp 2** Hawra Moustaphawi, hawram@kth.se,

**grupp 3** Evelina Thunell, evelinat@kth.se,

**grupp 4** Martin Sundin, masundi@kth.se.

**Kurssekreterare:** Ulla Gällstedt, ulla@math.kth.se. Ulla kan svara på frågor om registrering och rapportering.

OBSERVERA: blir det något strul med registreringen eller tentamensanmälan så vänd dig till Ulla!

## Kursplanering

Läsanvisningarna nedan refererar till vår lärobok, *Analys i en variabel* om inget annat sägs. Bokstaven K står för stencilen *Kompletterande kurslitteratur om serier*. Övningstalen är hämtade från exempelsamlingen *Övningar i analys i en variabel*. OBSERVERA för tydlighets skull att de avsnitt i läroboken som anges nedan SKALL KUNNAS.

### Modul 1: Grundläggande begrepp.

**Föreläsning 1, onsdag 3/9.** **Appendix B:** matematiskt symbolspråk, **1.1:** intervall, **1.2:** funktioner, **1.3:** absolutbelopp samt **1.4:** polynom.

- Tal på tavlan: 1.5, 1.10, 1.13, 1.14, 1.31df, 1.50.
- Räkna själv: 1.15, 1.22, 1.25, 1.37, 1.48.

**Föreläsning 2, ons 10/9.** **1.5:** rationella funktioner, **1.6:** potens- och exponentialfunktioner och **1.7:** logaritmer.

- Tal på tavlan: 1.51def, 1.53cef, 1.56, 1.62, 1.67, 1.72a.
- Räkna själv: 1.51abc, 1.57, 1.68, 1.71.

**Övning 1, fre 12/9.**

Tal: 1.9, 1.17, 1.27, 1.34, 1.44, 1.61ac, 1.65, 1.72e, 1.74abc.

**Föreläsning 3, ons 17/9.**

**1.8:** inverser och sammansättningar, **1.9:** trigonometriska funktioner, **1.10:** arcusfunktioner och **1.11:** hyperboliska funktioner.

- Tal på tavlan: 1.85, 1.86, 1.87ae, 1.99a, 1.107, 1.118, 1.120, 1.128, 1.130.
- Räkna själv: 1.84, 1.94, 1.95, 1.98, 1.104, 1.113, 1.126, 1.129.

**Föreläsning 4, ons 24/9.** **2.1:** gränsvärden och **2.2:** kontinuitet.

- Tal på tavlan: 2.3abc, 2.5, 2.9, 2.10a, 2.11a, 2.17b.
- Räkna själv: 2.1, 2.12, 2.13, 2.15, 2.19.

**Övning 2, fre 26/9.**

Tal: 1.89, 1.93, 1.98, 1.101, 1.111, 1.113, 1.115, 1.123, 2.4, 2.8c, 2.20.

**Föreläsning 5, ons 1/10.**

**2.3:** talet  $e$ , **2.4:** standardgränsvärden och **2.5.1:** asymptoter.

- Tal på tavlan: 2.11abc, 2.25cd, 2.28.
- Räkna själv: 2.25ab, 2.26, 2.27.

**Extra föreläsning, mån 6/10.**

**Modul 2: Differentialkalkyl.**

**Föreläsning 6, ons 15/10. 3.1–3.3:** derivator.

- Tal på tavlan: 3.2, 3.5, 3.7a.
- Räkna själv: 3.3, 3.6.

**Övning 3, fre 17/10. Kontrollskrivning 1 (KS 1) första timmen.**

Tal: 3.1cdef, 3.7b, 3.9defg.

**Föreläsning 7, mån 27/10. 3.4:** de elementära funktionernas derivator och **3.5:** allmänna egenskaper.

- Tal på tavlan: 3.9abc, 3.11abh, 3.13a.
- Räkna själv: 3.10, 3.16, 3.17, 3.21.

**Föreläsning 8, ons 29/10.**

**3.6:** högre derivator, **3.7** och **4.1:** kurvritning.

- Tal på tavlan: 3.25, 3.27b, 3.29, 3.32, 4.4cd.
- Räkna själv: 3.26, 3.34, 4.4a.

**Övning 4, ons 29/10. Tal:** 3.11i, 3.12cd, 3.19, 3.28, 4.1be, 4.4b.

**Föreläsning 9, tors 30/10.**

**4.2:** extremvärden, **4.3:** optimering och **4.4:** olikheter.

- Tal på tavlan: 4.6a,b, 4.9bc, 4.15bd, 4.27.
- Räkna själv: 4.5, 4.7, 4.9a, 4.11, 4.15a.

**Föreläsning 10, fre 31/10.** 8.5: andra ordningens linjära differentialekvationer (DE) och 8.6: homogena ekvationer.

- Tal på tavlan: 8.39a,c,d, 8.46.
- Räkna själv: 8.38, 8.42.

**Övning 5, mån 3/11.** Tal: 4.12ad, 4.15c, 4.30, 4.31, 8.40ab, 8.41ab.

**Föreläsning 11, mån 3/11.**

8.7: partikulärlösningar och 8.8: högre ordningens DE.

- Tal på tavlan: 8.49c, 8.53, 8.54, 8.56d, 8.57, 8.63c.
- Räkna själv: 8.47, 8.48, 8.50, 8.52, 8.55.

**Modul 3: Integralkalkyl. OBS! Vi läser kapitel 6 före kap. 5.**

**Föreläsning 12, ons 5/11.** 6.1–6.2: Riemannintegralen, 6.3–6.4: integralkalkylens fundamentalsats, integrationsregler inklusive PI (partiell integration, sid. 252–254), VS (variabelsubstitution, sid. 254 – 258) samt något om PBU (partialbråksuppdelning, sid. 261 – 263).

- Tal på tavlan: Välj bland 6.3, 6.4, 6.9, 6.10, 6.12cd, 6.15bd, 6.17c, 6.21a.
- Räkna själv: 6.1, 6.5, 6.7, 6.11, 6.15ac, 6.16d, 6.19a.

**Övning 6, ons 5/11.** **Kontrollskrivning 2** (KS 2) första timmen.

Tal: Välj bland 6.8, 6.12a, 6.14, 6.16bc, 6.18c, 6.19b. En del av dessa kan lösas under nästa övning.

**Föreläsning 13, tors 6/11.** Mer från 6.1–6.4.

- Tal på tavlan från föregående föreläsning.
- Räkna själv: se föregående föreläsning.

**Övning 7, mån 10/11.** Tal: En del från föregående övning samt  
5.2df, 5.4de, 5.5deh, 5.8c, 5.9f.

**Föreläsning 14, mån 10/11.** **6.5:** generaliserade integraler.

- Tal på tavlan: 6.26ab, 6.29ac, 6.32cd, 6.33de, 6.35.
- Räkna själv: 6.25a, 6.28, 6.30, 6.32ab, 6.34.

**OBS.** En del uppgifter nedan från kapitel 5 om primitiva funktioner kan göras intressantare, om man även utvärderar en motsvarande **bestämd integral**, vilket vi ibland kommer att göra.

**Föreläsning 15, ons 12/11.** **5.1:** primitiva funktioner (antiderivator).

- Tal på tavlan: 5.1f-j, 5.3cd, 5.9ad, 5.11e, 5.16b, 5.17bfh, 5.21b.
- Räkna själv: 5.6, 5.7, 5.13, 5.18a, 5.21a.

**Föreläsning 16, fre 14/11.** **5.2:** partialbråksuppdelning (PBU) (utom fallet då nämnaren har multipla komplexa nollställen);  
**5.3:** rotuttryck samt **5.4:** trigonometriska funktioner.

- Tal på tavlan: 5.22b, 5.23b, 5.26d, 5.27d, 5.28b.
- Räkna själv: 5.23a, 5.26a, 5.28ac.

**Övning 8, mån 17/11.**

Tal: 5.24acd, 5.28d, 5.30b, 5.32, 5.36c, 5.40b, 5.41d, 5.46.

**Föreläsning 17, ons 19/11.** Mer från **5.2**, **5.3** och **5.4**.

- Tal på tavlan: 5.34, 5.37a, 5.39a, 5.40c, 5.41f.
- Räkna själv: 5.35, 5.38, 5.40a, 5.41ab, 5.47.

**Föreläsning 18, fre 21/11.**

**7.1:** areor, **7.2:** en tråds massa och **7.3:** rotationsvolymer.

- Tal på tavlan: 7.2, 7.8, 7.10, 7.11, 7.20, 7.22.
- Räkna själv: 7.4, 7.9, 7.14, 7.16, 7.21.

**Övning 9, mån 24/11.** Tal: 6.27, 6.29b, 6.31b, 6.33bf, 7.3, 7.12, 7.17.

**Föreläsning 19, ons 26/11.**

**7.4:** kurvängder (utom polär form) och **7.5:** rotationsytor.

- Tal på tavlan: 7.26, 7.27, 7.33, 7.34.
- Räkna själv: 7.23, 7.24, 7.25, 7.32.

**Modul 4: Numeriska serier och Taylorserier.**

**Föreläsning 20, fre 28/11.**

**2.5.4:** serier och **7.9:** integraler och summor.

- Tal på tavlan: 2.33cd, 2.34df, 7.48.
- Räkna själv: 2.33ab, 2.34e, 7.47.

**Övning 10, mån 1/12. Kontrollskrivning 3 (KS 3) första timmen.**

Tal: 2.32ab cd, 2.34abc, 7.46.

**Föreläsning 21, ons 3/12.** Serier enligt **K** (*Kompletterande kurslitteratur om serier*) – som delas ut i förväg (eller hämtas från hemsidan).

- Tal på tavlan, ur **K**: 1b, 2b, 4a,b, 5a, 6a.
- Räkna själv, ur **K**: 1a,c, 4d, 5c.

**Föreläsning 22, tors 4/12.**

**9.2:** Taylors formel, **9.3:** standardutvecklingar och **9.4:** entydighet.

- Tal på tavlan: 9.2bd, 9.6, 9.7, 9.8.
- Räkna själv: 9.2ac, 9.3, 9.10.

**Övning 11, mån 8/12.** Ur **K**: 2a, 3a,b, 4c, 5c, 6b; ur **Ö**: 9.1, 9.4, 9.9.

**Föreläsning 23, tis 9/12.** **9.5:** resttermen.

- Tal på tavlan: 9.12, 9.16, 9.18, 9.23e, 9.24b, 9.28.
- Räkna själv: 9.11, 9.17, 9.20, 9.22ad, 9.27.

**Föreläsning 24, ons 10/12.**

**9.6:** gränsvärden med hjälp av Taylorserier och l'Hospitals regel.



- Tal på tavlan: 9.31ab, 9.32b, 9.38, 9.41abc.
- Räkna själv: 9.30, 9.35, 9.37, 9.40.

**Övning 12, tors 11/12 Kontrollskrivning 4 (KS 4) första timmen.**

Sedan genomgång av en gammal tentamen. Rättade kontrollskrivningar återlämnas **eventuellt** vid sista föreläsningen.

**Föreläsning 25, fre 12/12.** Repetition.

**Tentamen måndag 15 december 2008** klo 14–19. Om anmälan se ovan.

(Eventuell komplettering i januari 2009.)

**Omtentamen** troligtvis i maj–juni 2009.

Hela detta kursPM (denna promemoria) nås via kursens hemsida  
<http://www.math.kth.se/math/GRU/2008.2009/SF1625/CMAST/>  
där filen heter PM.pdf .