

KTH Matematik,
Olle Stormark.

SF1626 Flervariabelanalys, 7.5 hp, för E1 vt 2009.

Flervariabelanalysen är en rättfram generalisering av envariabelsmatematiken till *funktioner av flera variabler* – som till exempel $z = f(x, y)$. Detta innebär att vi ska förstå hur man deriverar och integrerar flervariabelsfunktioner, hur man bestämmer extremvärden, och så vidare.

Efter genomgången kurs SKALL studenten vara väl förtrogen med differentiaal- och integralkalkyl för funktioner av flera variabler. Detta innebär att studenten SKALL KUNNA:

- förstå, tolka och använda ämnets grundbegrepp – gränsvärden för funktioner av flera variabler, kontinuitet, differentierbarhet, partiella derivator, funktionalmatriser och funktionaldeterminanter, gradienter, riktningsderivator, multipelintegraler och linjeintegraler;
- beräkna enklare gränsvärden för funktioner av flera variabler och avgöra huruvida sådana funktioner är kontinuerliga eller kanske till och med differentierbara;
- beräkna partiella derivator, använda den allmänna kedjeregeln, samt använda koordinattransformationer för att förenkla och därefter lösa vissa enklare partiella differentialekvationer;
- bestämma funktionalmatrisen till en given funktion, samt använda denna matris för linjär approximering och för att avgöra om funktionen ifråga är lokalt inverterbar;
- använda Taylors formel i flera variabler för att med en viss noggrannhet approximera en given funktion med hjälp av ett Taylorpolynom;
- använda gradienten för bestämning av riktningsderivator samt tangentplan till nivåytor;

- beräkna vissa multipelintegraler;
- använda multipelintegraler vid beräkningar av areor, volymer och massor;
- lösa max- och minproblem för flervariabelsfunktioner – med eller utan bivillkor;
- beräkna linjeintegraler och potentialfunktioner;
- använda Greens formel för att beräkna linjeintegraler runt slutna kurvor.

Kurslitteraturen utgörs av PERSSON-BÖIERS: ANALYS I FLERA VARIABLER samt tillhörande ÖVNINGAR I ANALYS I FLERA VARIABLER, utgivna av STUDENTLITTERATUR. Kan köpas på Studentkårens bokhandel.

Undervisningen ges i form av 30 två-timmars lektioner. Huvudsyftet med denna undervisning är att *avdramatisera matematiken*, så att åhörarna inser att den i grund och botten är tämligen *enkel*.

Som vanligt riktar sig undervisningen i första hand till de teknologer som inte klarar av att läsa in kursen på egen hand, och är betydligt mera informell än kursboken – med många figurer och handviftningsargument. Och framför allt ges möjlighet att *ställa frågor*.

Salar: Vi ska vara i Q31 vid alla undervisningstillfällen *utom* tisdagen den 3:e mars, då vi håller till i E31.

Tider: Måndagar 15–17, tisdagar 13–15, onsdagar 15–17, samt torsdagar 10–12.

Examination: Kursen är uppdelad i *fyra moduler*, som var och en avslutas med en *kontrollskrivning* omfattande tre tal. Varje KS-tal ger maximalt 3 poäng, och för att få godkänt på en KS krävs minst 5 poäng sammanlagt. Den som fått godkänt på kontrollskrivning i (där $i = 1, 2, 3$ eller 4) får automatiskt full poäng på tentamenstal nummer i vid ordinarie tentan i mars och omtentan i juniperioden. Men inte några andra tentor!

Tentamensskrivningen innehåller först 4 tal à 3 poäng svarande mot de fyra modulerna, och sedan 4 tal à 4 poäng vardera – så att maximala sammanlagda poängsumman är 28 poäng.

Inga hjälpmedel!

Betygsgränser: 26–28 poäng ger betyget A, 23–25 poäng ger betyget B, 20–22 poäng ger betyget C, 17–19 poäng ger betyget D, 14–16 poäng ger betyget E, medan < 14 poäng ger F=underkänt.

Kompletteringstentamen: 13 poäng ger betyget Fx, vilket innebär att du har möjlighet att *komplettera* till betyget E.

För äldre teknologer ges betygen 5, 4, 3, K och U med samma krav som för A, B/C, D/E, Fx respektive F.

Ordinarie tentamen ges fredagen den 13:e mars kl. 8.00 – 13.00.

OBS: Obligatorisk tentamensanmälan minst 14 dagar före tentan via Mina sidor!!!

OBSERVERA dessutom att eventuella klagomål på rättningen skall framföras **skriftligt** på studentexpeditionens blanketter. Andra klagomål (muntliga, via e-mail etc.) beaktas icke.

Kursansvarig: Olle Stormark, som har e-postadressen olles@math.kth.se; den vanliga adressen är rum 3653 i Klocktornet, Lindstedtsvägen 25, KTH, och telefonnumret är 7907206.

Kurssekreterare: Ulla Gällstedt, ulla@math.kth.se. Ulla ansvarar för registrering och betygsrapportering. Var god observera att om det uppstår problem med kursregistrering och/eller tentamensanmälan så ska du vända dig till Ulla – och inte till Olle.

KURSPLANERING

Läsanvisningarna nedan refererar till de olika avsnitten i vår lärobok *Persson-Böiers: ANALYS I FLERA VARIABLER*. Övningstalen är hämtade från exempelsamlingen ÖVNINGAR I ANALYS I FLERA VARIABLER. De tal som inte hinns med i undervisningen lämnas till självstudier.

Observera för tydlighets skull att de avsnitt i boken som anges nedan SKALL KUNNAS!!!

MODUL 1: FLERVARIABELSFUNKTIONER OCH DERAS DERIVATOR

Lektion 1 ons 14/1 Avsnitten **1.1–1.4:** \mathbb{R}^n , öppna, slutna och kompakta mängder, samt funktioner av flera variabler.

- Tal på tavlan: 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.11b, 1.13, 1.14, 1.23.
- Läxtal: 1.5, 1.11a,c, 1.12, 1.16ab, 1.18, 1.19.

Lektion 2 tors 15/1 Avsnitten **1.5, 1.6, 2.1**: Gränsvärden, kontinuitet och partiella derivator.

- Tal på tavlan: 1.24bcdg, 1.26, 1.29c, 2.1de, 2.2ab, 2.3.
- Läxtal: 1.24a, 1.27a, 1.29a, 2.1a,b, 2.5, 2.6a.

Lektion 3 mån 19/1 Avsnitten **2.2, 2.3**: Differentierbarhet och kedjeregeln.

- Tal på tavlan: 2.8c, 2.10, 2.11, 2.15b, 2.18, 2.21, 2.22.
- Läxtal: 2.8a,d, 2.9, 2.12, 2.13, 2.15a, 2.19, 2.20, 2.26.

Lektion 4 tis 20/1 Avsnitt **2.4**: Gradient och riktningsderivata.

- Tal på tavlan: 2.28, 2.29, 2.31, 2.34, 2.39, 2.46.
- Läxtal: 2.30, 2.32, 2.35, 2.38, 2.42ab, 2.44.

Lektion 5 ons 21/1 Fortsättning av **2.4**: Gradientens geometriska betydelse, samt början på **2.5**: Derivator av högre ordning.

- Tal på tavlan: 2.50, 2.52, 2.53.
- Räkna själv: 2.51, 2.55.

Lektion 6 tors 22/1 Slutet av **2.5**: partiella differentialekvationer.

- Tal på tavlan: 2.54, 2.56, 2.58.
- Läxtal: 2.55, 2.57, 2.59.

Lektion 7 mån 26/1, 1:a timmen: Kontrollskrivning 1.

MODUL 2: DIFFERENTIALKALKYL

Lektion 7 mån 26/1, 2:a timmen: Början på avsnitt **2.6**: Taylors formel.

- Tal på tavlan: 2.60b, 2.61b, 2.62.

- Läxtal: 2.60a, 2.61a.

Lektion 8 tis 27/1 Fortsättning av **2.6**: Lokala extrempunkter.

- Tal på tavlan: 2.64, 2.65, 2.68, 2.69, 2.70.
- Läxtal: 2.63, 2.66, 2.67.

Lektion 9 ons 28/1 Avsnitten **2.7, 3.1.1**: Differentialer och kurvor.

- Tal på tavlan: 2.71bd, 2.73, 2.74, 2.81, 3.1, 3.2bc, 3.3.
- Läxtal: 2.71ac, 2.72, 3.2a, 3.4.

Lektion 10 tors 29/1 Avsnitten **3.1.2, 3.2**: Ytor och funktionalmatriser.

- Tal på tavlan: 3.5, 3.8, 3.9bd, 3.10bd, 3.13, 3.14.
- Läxtal: 3.6, 3.7, 3.9a, 3.10a, 3.12.

Lektion 11 mån 2/2 Avsnitt **3.3**: Funktionaldeterminanter.

- Tal på tavlan: 3.15, 3.17, 3.21, 3.22.
- Läxtal: 3.16, 3.18, 3.20.

Lektion 12 tis 3/2 Avsnitt **3.4**: Implicita funktionssatsen.

- Tal på tavlan: 3.24, 3.27, 3.29, 3.31.
- Läxtal: 3.23, 3.26, 3.28, 3.30, 3.32.

Lektion 13 ons 4/2 Repetition av modul 2 – exempelvis genomgång av läxtal.

Lektion 14 tor 5/2, 1:a timmen: Kontrollskrivning 2.

MODUL 3: MULTIPELINTEGRALER

Lektion 14 tor 5/2, 2:a timmen: Avsnitt 6.1: Dubbelintegral över en rektangel.

- Tal på tavlan: 6.2, 6.5, 6.6.
- Läxtal: 6.1, 6.3, 6.8.

Lektion 15 mån 9/2 Avsnitten **6.2, 6.3**: Dubbelintegraler.

- Tal på tavlan: 6.11, 6.12, 6.15, 6.17.
- Läxtal: 6.9, 6.10, 6.13, 6.14, 6.16.

Lektion 16 tis 10/2 Avsnitt **6.4**: Variabelbyte.

- Tal på tavlan: 6.19, 6.22, 6.25, 6.27.
- Läxtal: 6.18, 6.20, 6.24, 6.26, 6.28.

Lektion 17 ons 11/2 Avsnitten **6.5, 6.6**: Integration med hjälp av nivåkurvor och generaliserade dubbelintegraler.

- Tal på tavlan: 6.31, 6.32, 6.34, 6.35, 6.39, 6.41, 6.43.
- Läxtal: 6.30, 6.33, 6.37, 6.40, 6.42.

Lektion 18 tor 12/2 Avsnitten **7.1, 7.2**: Trippelintegraler samt cylinder- och sfäriska koordinater.

- Tal på tavlan: 7.1, 7.3, 7.11, 7.13, 7.15.
- Läxtal: 7.2, 7.4, 7.6, 7.8, 7.14.

Lektion 19 mån 16/2 Avsnitt **8.1**: Volymberäkningar.

- Tal på tavlan: 8.2, 8.4, 8.9, 8.11.
- Läxtal: 8.1, 8.5, 8.10, 8.13.

Lektion 20 tis 17/2 Avsnitten **8.2, 8.3**: Areor av buktiga ytor, samt tröghetsmoment.

- Tal på tavlan: 8.15, 8.16, 8.17, 8.23, 8.24.
- Läxtal: 8.14, 8.19, 8.22, 8.27.

Lektion 21 ons 18/2 Avsnitt **8.4**: Masscentrum, repetition.

- Tal på tavlan: 8.29, 8.31, 8.32, 8.42.
- Läxtal: 8.28, 8.30, 8.44.

Lektion 22 tor 19/2, 1:a timmen: **Kontrollskrivning 3.**

MODUL 4: OPTIMERING OCH KURVINTEGRALER

Lektion 22 tor 19/2, 2:a timmen: Början på avsnitt **4.1:** Optimering på kompakta mängder.

- Tal på tavlan: 4.3, 4.5, 4.6.
- Räkna själv: 4.1, 4.2.

Lektion 23 mån 23/2 Resten av avsnitt **4.1.**

- Tal på tavlan: 4.8, 4.11, 4.12, 4.15.
- Räkna själv: 4.7, 4.10, 4.14.

Lektion 24 tis 24/2 Avsnitt **4.2:** Optimering på icke-kompakta mängder.

- Tal på tavlan: 4.17, 4.19, 4.21, 4.22.
- Räkna själv: 4.16, 4.18, 4.20.

Lektion 25 ons 25/2 Avsnitt **4.3:** Optimering med bivillkor.

- Tal på tavlan: 4.25, 4.26, 4.30, 4.32, 4.36.
- Läxtal: 4.24, 4.28, 4.31, 4.33.

Lektion 26 tor 26/2 Avsnitt **9.1:** Kurvintegraller.

- Tal på tavlan: 9.2, 9.3, 9.4, 9.6.
- Läxtal: 9.1, 9.5.

Lektion 27 mån 2/3 Avsnitt **9.2:** Greens formel.

- Tal på tavlan: 9.8, 9.9, 9.12, 9.13, 9.17, 9.19.
- Läxtal: 9.7, 9.11, 9.15, 9.18, 9.21.

Lektion 28 tis 3/3 Avsnitten **9.3, 9.4:** Tillämpningar av Greens formel samt potentialfunktioner.

- Tal på tavlan: 9.24, 9.26, 9.30, 9.31, 9.35, 9.37.
- Räkna själv: 9.23, 9.25, 9.29, 9.32, 9.36, 9.38.

Lektion 29 ons 4/3 Slutet på **9.4** och repetition.

- Tal på tavlan: 9.39, 9.41, 9.42, 9.46, 9.50.
- Räkna själv: 9.44, 9.51.

Lektion 30 tor 5/3, 1:a timmen: Repetition. **2:a timmen:** Kontrollskrivning 4.

Resultatet av kontrollskrivning 4 anslås fredagen den 6:e mars bredvid Olles rum i klocktornet, där man också kan hämta sin skrivning.

Lycka till!
Olle.