

SF1626 Flervariabelanalys, 7.5 hp, för M1 vt 2009.

Flervariabelanalysen är en rättfram generalisering av envariabelsmatematiken till *funktioner av flera variabler* – som till exempel $z = f(x, y)$. Detta innebär att vi skall förstå hur man deriverar och integrerar flervariabelsfunktioner, hur man bestämmer extremvärden, och så vidare.

Efter genomgången kurs SKALL studenten vara väl förtrogen med differential- och integralkalkyl för funktioner av flera variabler. Detta innebär att studenten SKALL KUNNA:

- förstå, tolka och använda ämnets grundbegrepp – gränsvärden för funktioner av flera variabler, kontinuitet, differentierbarhet, partiella derivator, funktionalmatriser (Jacobimatriser) och funktionaldeterminanter (Jacobideterminanter), gradienter, riktningsderivator, multipelintegraler och linjeintegraler;
- beräkna enklare gränsvärden för funktioner av flera variabler och avgöra huruvida sådana funktioner är kontinuerliga eller kanske till och med differentierbara;
- beräkna partiella derivator, använda den allmänna kedjeregeln, samt använda koordinattransformationer för att förenkla och därefter lösa vissa enklare partiella differentialekvationer;
- bestämma Jacobimatrisen till en given funktion, samt använda denna matris för linjär approximering och för att avgöra om funktionen ifråga är lokalt inverterbar;
- använda Taylors formel i flera variabler för att med en viss noggrannhet approximera en given funktion med hjälp av ett Taylorpolynom samt bestämma Hessematrisen i en kritisk punkt;

- använda gradienten för bestämning av riktningsderivator samt tangentplan till nivåytor;
- beräkna vissa multipelintegraler;
- använda multipelintegraler vid beräkningar av areor, volymer och massor;
- lösa max- och minproblem för flervariabelsfunktioner – med eller utan bivillkor;
- beräkna linjeintegraler och potentialfunktioner;
- använda Greens formel för att beräkna linjeintegraler runt slutna kurvor.

Kurslitteratur: Arne Persson och Lars–Christer Böiers, ANALYS I FLERA VARIABLER, tredje upplagan, Studentlitteratur, 2005, samt tillhörande (utan angiven författare eller redaktör) ÖVNINGAR I ANALYS I FLERA VARIABLER, åttonde upplagan, Studentlitteratur, 2007. De kan köpas i Studentkårens bokhandel.

Undervisningen ges i form av 25 föreläsningar och 12 övningar. Huvudsyftet med denna undervisning är att *avdramatisera matematiken*, så att åhörarna inser att den i grund och botten är tämligen *enkel*.

Som vanligt riktar sig undervisningen i första hand till de teknologer som inte klarar av att läsa in kursen på egen hand, och är betydligt mera informell än kursboken – med många figurer och resonemang i stället för rigorösa bevis. Och framför allt ges möjlighet att *ställa frågor*.

Se även kursPM till den föregående kursen i Envariabel: Det mesta som står där gäller även här.

Speciellt kan Ni behöva gå tillbaka till den kursen och repetera emellanåt, ty flervariabelkursen bygger *hela tiden* på envariabelmatematiken.

Förra året satte *Dagens uppgifter* Oskar i arbete. De täcker både envariabel och flervariabel liksom även algebra och geometri. På hemsidan (för adress dit, se sista sidan i detta PM) finns en länk till dessa.

Examination: Kursen är uppdelad i *fyra moduler*, som var och en avslutas med en *kontrollskrivning* omfattande tre tal. Varje KS-tal ger maximalt 3 poäng, och för att få godkänt på en KS krävs minst 5 poäng sammanlagt.

Den som fått godkänt på kontrollskrivning i (där $i = 1, 2, 3$ eller 4) får automatiskt full poäng på tentamenstal nummer i . Dessa bonuspoäng gäller endast vid ordinarie kurstentamen den 13 mars samt vid omtentamen den 8 juni 2009.

Tentamensskrivningen innehåller först 4 tal à 3 poäng svarande mot de fyra modulerna, och sedan 4 tal à 4 poäng vardera – så att maximala sammanlagda poängsumman är 28 poäng.

Inga hjälpmedel!

Betygsgränser: 26–28 poäng ger betyget A, 23–25 poäng ger betyget B, 20–22 poäng ger betyget C, 17–19 poäng ger betyget D, 14–16 poäng ger betyget E, medan < 14 poäng ger F=underkänt.

Kompletteringstentamen: 13 poäng ger betyget Fx, vilket innebär att du har möjlighet att *komplettera* till betyget E.

För äldre teknologer ges betygen 5, 4, 3, K och U med samma krav som för A, B/C, D/E, Fx respektive F.

Ordinarie tentamen ges fredagen den 13:e mars kl. 8.00– 13.00.

OBS: Obligatorisk tentamensanmälan senast den 22 februari 2009 via Mina sidor!!!

Kursansvarig och examinator: Olle Stormark.

Föreläsare: Jockum Aniansson, jockum@kth.se.

Övningsledare:

grupp 1 Rikard Olofsson, rikardo@math.kth.se,

grupp 2 Bengt Lärka, bengan@kth.se,

grupp 3 Mikael Magnusson, mikaelmg@kth.se,

grupp 4 Jörgen Östenson, jorgeno@math.kth.se.

Kurssekreterare: Ulla Gällstedt, ulla@math.kth.se. Ulla ansvarar för registrering och betygsrapportering. Var god observera att om det uppstår problem med kursregistrering och/eller tentamensanmälan så skall du vända dig till Ulla – och inte till föreläsaren.

KURSPLANERING

Läsanvisningarna nedan refererar till de olika avsnitten i vår lärobok *Persson-Böiers, ANALYS I FLERA VARIABLER*. Övningstalen är hämtade från exempelsamlingen ÖVNINGAR I ANALYS I FLERA VARIABLER. De tal som inte hinns med i undervisningen lämnas till självstudier.

Observera för tydlighets skull att de avsnitt i boken som anges nedan SKALL KUNNAS!!!

MODUL 1: FLERVARIABELSFUNKTIONER OCH DERAS DERIVATOR

Föreläsning 1 mån 19/1. Avsnitten **1.1–1.4**: \mathbb{R}^n , öppna, slutna och kompakta mängder, samt funktioner av flera variabler.

- Tal på tavlan: 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.11b, 1.13.
- Räkna själv: 1.5, 1.11a, 1.12, 1.16ab, 1.18.

Föreläsning 2 tis 20/1. Avsnitten **1.5, 1.6, 2.1**: Gränsvärden, kontinuitet och partiella derivator.

- Tal på tavlan: 1.24bdg, 1.25a, 1.29c, 2.1de, 2.2ab, 2.3.
- Räkna själv: 1.24a, 1.27a, 2.5, 2.6a.

Föreläsning 3 ons 21/1. Avsnitten **2.2, 2.3**: Differentierbarhet och kedjeregeln.

- Tal på tavlan: 2.8c, 2.11, 2.15b, 2.18, 2.22.
- Räkna själv: 2.8a, 2.9, 2.12, 2.15a, 2.19, 2.20, 2.26.

Övning 1 tor 22/1. Tal: 1.10, 1.14, 1.19, 1.23, 1.24ce, 1.29a, 2.1ab, 2.4.

Föreläsning 4 tor 22/1. Avsnitt **2.4**: Gradient och riktningsderivata.

- Tal på tavlan: 2.28, 2.29, 2.31, 2.34, 2.39, 2.46.
- Räkna själv: 2.30, 2.35, 2.42ab, 2.44.

Övning 2 mån 26/1. Tal: 2.8d, 2.10, 2.13, 2.17, 2.21, 2.32, 2.38.

Föreläsning 5 mån 26/1. Avsnitt **2.5:** Derivator av högre ordning.

- Tal på tavlan: 2.50, 2.52.
- Räkna själv: 2.51.

Föreläsning 6 ons 28/1. Fortsättning av **2.5.**

- Tal på tavlan: 2.56, 2.58, 2.59.
- Räkna själv: 2.55.

Övning 3 tor 29/1. . Tal: 2.53, 2.54, 2.57 och 2.59.

MODUL 2: DIFFERENTIALKALKYL

Föreläsning 7 tor 29/1 Avsnitt **2.6:** Taylors formel med tillämpning på lokala maxima och minima. Hessematrisen.

- Tal på tavlan: 2.62 och 2.65.
- Räkna själv: 2.60a, 2.61a, 2.63, 2.66.

Föreläsning 8 fre 30/1 29/1. Fortsättning av **2.6.**

- Tal på tavlan: 2.68, 2.69, 2.70, 2.81.
- Räkna själv: 2.75, 2.80.

Övning 4 mån 2/2 Kontrollskrivning 1 (KS1) första timmen. Sedan talen 2.60b, 2.61b, 2.64, 2.67.

Föreläsning 9 mån 2/2 Avsnitten **2.7, 3.1:** Differentialer, kurvor och ytor.

- Tal på tavlan: 2.71bd, 2.73, 2.74, 3.1, 3.2bc, 3.5, 3.7.
- Räkna själv: 2.71ac, 3.2a.

Föreläsning 10 ons 4/2 Avsnitten **3.2, 3.3:** Jacobimatriser och Jacobideterminanter.

- Tal på tavlan: 3.9bd, 3.10bd, 3.13, 3.14, 3.21, 3.22.
- Räkna själv: 3.9a, 3.10a, 3.16, 3.20.

Övning 5 tor 5/2 Tal: 2.72, 3.3, 3.4, 3.6, 3.8, 3.18.

Föreläsning 11 tor 5/2 Avsnitt **3.4**: Implicita funktioner.

- Tal på tavlan: 3.24, 3.27, 3.29, 3.31, 3.33.
- Räkna själv: 3.23, 3.26, 3.28, 3.30, 3.36.

MODUL 3: MULTIPELINTEGRALER

Föreläsning 12 fre 6/2 Avsnitten **6.1–6.3**: Dubbelintegraler.

- Tal på tavlan: 6.2, 6.5, 6.11, 6.12, 6.15, 6.17.
- Räkna själv: 6.3, 6.8, 6.10, 6.13.

Övning 6 mån 9/2 Kontrollskrivning 2 (KS2) första timmen. Sedan talen 6.1, 6.6, 6.9, 6.14.

Föreläsning 13 mån 9/2 Avsnitt **6.4**: Variabelbyte.

- Tal på tavlan: 6.19, 6.22, 6.25, 6.27.
- Räkna själv: 6.18, 6.24, 6.28.

Föreläsning 14 tis 10/2 Avsnitt **6.6**: Generaliserade dubbelintegraler.

- Tal på tavlan: 6.34, 6.35, 6.39, 6.41, 6.43.
- Räkna själv: 6.33, 6.40, 6.42.

Föreläsning 15 ons 11/2 Avsnitten **7.1, 7.2**: Trippelintegraler, samt cylindriska och sfäriska koordinater.

- Tal på tavlan: 7.1, 7.3, 7.8, 7.11, 7.15.
- Räkna själv: 7.2, 7.14.

Övning 7 tor 12/2 Tal: 6.16, 6.21, 6.26, 6.29.

Föreläsning 16 tor 12/2 Avsnitten **8.1, 8.2**: Volymer samt areor av buktiga ytor.

- Tal på tavlan: 8.2, 8.9, 8.15, 8.16, 8.17.
- Räkna själv: 8.1, 8.5, 8.10, 8.19.

Övning 8 mån 16/2 Tal: 6.37, 6.44, 7.4, 7.13, 8.4, 8.14.

Föreläsning 17 mån 16/2 Avsnitten **8.3, 8.4**: Tröghetsmoment respektive masscentrum.

- Tal på tavlan: 8.23, 8.24, 8.29, 8.31.
- Räkna själv: 8.22, 8.28, 8.30.

MODUL 4: OPTIMERING OCH KURVINTEGRALER

Föreläsning 18 ons 18/2 Avsnitt **4.1**: Optimering på kompakta mängder. Hessematrix.

- Tal på tavlan: 4.3, 4.5, 4.8, 4.11, 4.15.
- Räkna själv: 4.2, 4.4, 4.7, 4.10, 4.14.

Övning 9 tor 19/2 Kontrollskrivning 3 (KS3) första timmen. Sedan talen 4.1, 4.6, 4.9.

Föreläsning 19 tor 19/2 Avsnitt **4.2**: Optimering på mängder som inte är kompakta.

- Tal på tavlan: 4.17, 4.19, 4.21, 4.22.
- Räkna själv: 4.16, 4.18.

Föreläsning 20 fre 20/2 Avsnitt **4.3**: Bivillkor.

- Tal på tavlan: 4.26, 4.27, 4.30, 4.36.
- Räkna själv: 4.23, 4.24, 4.28, 4.33.

Övning 10 mån 23/2 Tal: 4.12, 4.20, 4.25, 4.29, 4.31, 4.32.

Föreläsning 21 mån 23/2 Avsnitt **9.1**: Kurvintegraler.

- Tal på tavlan: 9.2, 9.3, 9.4, 9.6.
- Räkna själv: 9.1.

Föreläsning 22 ons 25/2 Avsnitten **9.2, 9.3**: Greens formel.

- Tal på tavlan: 9.9, 9.12, 9.13, 9.17, 9.24, 9.26.
- räkna själv: 9.7, 9.18, 9.21.

Övning 11 tor 26/2 Tal: 9.5, 9.10, 9.11, 9.14, 9.23.

Föreläsning 23 mån 2/3 Avsnitt **9.4**: Potentialfunktioner.

- Tal på tavlan: 9.30, 9.31, 9.35, 9.36, 9.40.
- Räkna själv: 9.29, 9.32, 9.37, 9.38.

Föreläsning 24 ons 4/3 Fortsättning.

- Tal på tavlan: 9.41, 9.42, 9.46, 9.50.
- Räkna själv: 9.44.

Övning 12 tor 5/3 Kontrollskrivning 4 (KS4) sista timmen (OBS),
men först genomgång av en gammal tentamen.

Föreläsning 25 fre 6/3 Repetition.

Resultaten av KS4 offentliggörs *senast* tisdagen den 10 mars 2009.
Se vidare kursens hemsida (adress nedan).

Tentamen fredagen den 13 mars 2009 klo 8 – 13.

Eventuell komplettering av tentamen.

Omtentamen måndagen den 8 juni 2009 klo 8 – 13.

Hela detta kursPM (denna promemoria) nås via kursens hemsida
<http://www.math.kth.se/math/GRU/2008.2009/SF1626/CMAST/>
där filen heter PM.pdf .

Alla nyheter anslås på hemsidan.