

Svar: KS 1 2008

1. Den sökta funktionen är

$$f(z) = e^{-iz^2} + C \quad \text{där } C \text{ är ett godtyckligt komplext tal}$$

2. Lösningarna är

$$z = -i \log(2 \pm \sqrt{3}) + \pi + 2\pi n$$

3. Integralen är oberoende av vägen  
ty  $f$  är analytisk

Välj integrationsväg som den rökta  
linjen från 1 till  $i$ .

$$\text{Då är } |e^{z^2}| = e^{x^2 - y^2} \leq e$$

$$M = \max_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ x+y=1}} |e^{z^2}| = \max_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ x+y=1}} e^{x^2 - y^2} \leq e$$

$$L = |1 - i| = \sqrt{2}$$

ML olikheten ger

$$\left| \int_1^i e^{z^2} dz \right| \leq ML = e\sqrt{2}$$