

Matematiska Institutionen KTH

Några övningar inför lappskrivning nummer 1A den 3 februari på kursen Diskret matematik för D2 och F, SF1631 och SF1630, vt09.

OBS. Lappskrivningen kommer att bestå av två uppgifter, en "lätt" och en "svår". Man får antingen G eller U på vardera uppgiften och därmed antingen 0, 1 eller 2 bonuspoäng med sig, till tentamensskrivningen på moment A, från lappskrivningen den 3 februari.

1. Rita en graf med 13 noder och 17 kanter som har (minst) en Hamiltoncykel men som saknar Eulerkrets.
2. Låt W_n beteckna den graf som består av $n + 1$ noder och som är sådan att en av noderna har valens n och resterande noder har valens 3 samt om noden med valens n och alla kanter till den noden tas bort så återstår en cykel med n noder. Vilket är grafens kromatiska tal?
3. Visa att det inte finns något träd som har precis 9 noder med valens 1, 37 noder med valens 2, 13 noder med valens 3 samt fem noder med valens 4.
4. Hur många kanter måste man minst ta bort från den kompletta grafen K_{14} för att den resterande grafen skall ha en Eulerkrets?
5. Är varje träd en bipartit graf? Motivera ditt svar.
6. Hur många kanter måste man minst ta bort från den kompletta grafen K_7 för att den resterande grafen skall bli en bipartit graf.
7. En planär graf har 9 noder med valenserna 4,3,3,4,3,6,3,2,4. Bestäm antalet områden som uppstår vid en plan ritning av grafen.
8. Finns det någon planär graf sådan att varje nod har valensen minst 4 och alla cykler har längd minst 7.
9. I den bipartita grafen G består nodmängden X av noderna A, B, C, D, E, F och nodmängden Y av noderna a, b, c, d, e, f . Kanterna äro $\{Aa, Ab, Ac, Bc, Cc, Dd, De, Eb, Ec, Fc, Ff\}$. Låt \mathcal{M} beteckna matchningen

$$M = \{Ac, Dd, Eb, Ff\}.$$

Är \mathcal{M} en maximal matchning.

10. En sammanhängande graf har n noder och n kanter.
 - (a) Är en sådan graf alltid planär?
 - (b) Vilket är det största resp minsta antal olika spännande träd en sådan graf kan ha?

Lösningar kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.