

Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar inför lappskrivning nummer 4, Diskret matematik för D2 och F, vt09.

1. Det går att fylla i nedanstående tabell så att den blir multiplikationstabellen till en grupp. Gör detta.

\circ	a	b	c	d	f	g
a	a	b				
b				f	d	c
c		f	a		b	
d			f		c	b
f			d			a
g		d			a	f

- (a) Ange gruppens identitets-element.
 (b) Är gruppen abelsk.
 (c) Bestäm inverser till alla element.
 (d) Bestäm ordningen av alla element.
 (e) Beräkna $b \circ c \circ d \circ f \circ g$.
 (f) Bestäm delgrupper med två respektive tre element.
 (g) Bestäm vänster och höger sidoklasser till de delgrupper du fann ovan.
2. Visa att $G = (\mathbb{Z}_{13} \setminus \{0\}, \cdot)$ är en grupp och bestäm ordningen av samtliga element i G . Är G en cyklisk grupp?
3. Gruppen H är en delgrupp till en grupp G . Antag H består av 13 element och att det finns 7 sidoklasser till H i G .
- (a) Hur många element består då G av.
 (b) Ge exempel på en grupp G med en delgrupp H som uppfyller dessa förutsättningar.
4. Visa att $(\mathbb{Z}_{10}, +)$ är isomorf med $(\mathbb{Z}_2, +) \times (\mathbb{Z}_5, +)$.

-
5. Undersök om det går att fylla i nedanstående tabell så att den blir multiplikationstabellen till en grupp.

\circ	a	b	c	d	f	g	h
a		b					
b		a					
c							
d							
f							
g							
h							

6. En grupp G har delgrupper H och K med vardera 15 respektive 21 element. Vilka möjligheter finns det för antalet element i G .
7. Bestäm en abelsk grupp med 12 element och som är sådan att inget element har ordning 4.
8. Bestäm samtliga grupper med 149 element.