

Föreläsning 13

En linjär homogen ekvation är sådan att om y_1, y_2, \dots, y_n är lösningar är $C_1y_1 + C_2y_2 + \dots + C_ny_n$ också lösningar.

Om den linjära ekvationen av ordning n är "snäll", dvs alla koefficienter $a_j(x)$ är kontinuerliga och högsta koefficienten $a_n(x) \neq 0$ för alla x , då finns n olika linjärt oberoende lösningar till ekvationen.

Allmänna lösningen är

$$y(x) = C_1y_1(x) + C_2y_2(x) + \dots + C_ny_n(x)$$

där y_1, y_2, \dots, y_n är linjärt oberoende lösningar.

Ett sätt att kolla om y_1, y_2, \dots, y_n är linjärt oberoende är genom att beräkna Wronskianen $W(y_1, y_2, \dots, y_n)$. Om y_1, y_2, \dots, y_n är lösningar till en "snäll" homogen linjär differensialkvation av ordning n är de linjärt oberoende om och endast om $W(y_1, y_2, \dots, y_n) \neq 0$ för alla x .

Ur detta följer att BVP givet av

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = f(x)$$

med

$$y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y_1, \dots, y^{(n-1)}(x_0) = y_{n-1}$$

har en entydig lösning.

Inhomogena ekvationer

För att hitta allmänna lösningen till en inhomogen ekvation löser man först den homogena ekvationen. Därefter hittar man en lösning till den inhomogena ekvationen. Summan av allmänna lösningen till homogena ekvationen och partikulärlösningen är allmänna lösningen till den inhomogena ekvationen.