

Föreläsning 3

Linjära differentialekvationer av ordning 1

Kan lösas med hjälp av integrerande faktor:

1. Skriv ekvationen på standardform, dvs med en etta framför y' .
2. Kalla koefficienten framför y för $P(x)$. Den integrerande faktorn ges av

$$I(x) = e^{\int P(x)dx}.$$

3. Multiplicera ekvationen med $I(x)$ och skriv vänsterledet som $(y(x)I(x))'$.
4. Integrera båda led och lös ut $y(x)$. Om ekvationen var $y' + P(x)y = f(x)$ är lösningen

$$y(x) = \frac{\int f(x)I(x)dx}{I(x)}.$$

Ekvationer som kan lösas mha en substitution

Homogen diffekvation - Om en diffekvation kan skrivas som $y' = f(x, y)$, där funktionen f har egenskapen att $f(tx, ty) = f(x, y)$ för alla $t \neq 0$, kallas den homogen. Variabelsubstitutionen $y(x) = u(x)x$ gör om en homogen ekvation i y till en separabel diffekvation i u .

Bernoullis ekvation lyder $y' + P(x)y = f(x)y^n$. Substitutionen $u(x) = y^{1-n}$ gör om Bernoullis ekvation till en linjär diffekvation av första ordningen i u .

Diffekvationen $y' = f(Ax + By + C)$ görs om till en autonom diffekvation (specialfall av separabel) genom substitutionen $u = Ax + By + C$.