

KTH Matematik
Olle Stormark.

SF1633 Differentialekvationer I, 6 poäng, för M2 ht 2008.

Detta är en inledande kurs i *teorin för differentialekvationer*.

Kursmål enligt Studiehandboken:

Efter genomgången kurs SKALL studenterna kunna

- beräkna lösningar till linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter och även system av sådana, samt kunna lösa separabla differentialekvationer och linjära differentialekvationer av första ordningen;
- redogöra för den grundläggande teorin för linjära differentialekvationer;
- med hjälp av geometriska metoder förstå det kvalitativa uppförandet för lösningar till ordinära differentialekvationer och system av sådana, samt med hjälp av linjarisering avgöra huruvida konstanta lösningar är stabila;
- beräkna och använda Laplacetransformer för att lösa linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter och *elaka högerled*;
- använda Laplacetransformer för att lösa integralekvationer av faltnings-typ;
- beräkna Fourierserier av periodiska funktioner;
- lösa randvärdesproblem för linjära partiella differentialekvationer med hjälp av variabelseparation och egenfunktionsutvecklingar;
- tillämpa kunskaperna från denna kurs för att lösa modelleringsproblem.

Allmän kursbeskrivning

Differentialekvationer (såväl ordinära som partiella) spelar en fundamental roll inom naturvetenskap och teknik – men tyvärr är den allmänna teorien rätt avancerad. I den här inledande kursen kommer vi därför att inskränka oss till att studera vissa enkla typer av differentialekvationer som i stort sett kan lösas med hjälp av diverse receptmetoder. Men observera att åtskilliga tillämpningar kräver mera!

Vi kommer till stor del att syssla med *linjära* differentialekvationer samt system av sådana. Allra enklast är *linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter*, för lösningen av sådana kan i stor utstäckning reduceras till *linjär algebra*. För icke-linjära system av differentialekvationer skall vi se hur man kan använda resultat om approximerande linjära system för att dra kvalitativa slutsatser om stabilitet med mera.

Dessutom studerar vi några klassiska *partiella differentialekvationer*: värmeledningsekvationen, vågekvationen och Laplaces ekvation.

Förkunskaper

Linjär algebra samt analys i en och flera variabler.

Kurslitteratur

- Zill–Cullen: *DIFFERENTIAL EQUATIONS with Boundary-Value Problems*, seventh edition, BROOKS/COLE. Denna kallas för ZC i fortsättningen.

I vår kurs ingår kapitlen **1-4**, **7**, **8**, samt **10-12**, *utom* följande avsnitt: **2.4**, **2.6**, **4.3-5**, **4.7-9**, **8.4**, **10.4**, **11.4-5** och **12.6-8**.

- Råde–Westergren: *BETA, Mathematics Handbook for Science and Engineering*. Vi kommer mest att använda kapitlen 9, 12 och 13. BETA är tillåtet hjälpmedel vid kontrollskrivningar och tentamen.

Dessa böcker finns att köpa på Studentkårens bokhandel.

Undervisningen är främst avsedd för de teknologer som föredrar muntlig framställning framför att läsa in kursen på egen hand. Jämfört med boken blir undervisningen mera informell (med figurer och handviftningar istället för vissa rigorösa bevis) och erbjuder framförallt möjlighet att *ställa frågor*. Missa inte denna möjlighet!

På föreläsningarna varvas teori och illustrerande problemgenomgångar, medan övningarna ägnas åt problemlösning.

Lärare

- *Föreläsare* är Olle Stormark (olles@math.kth.se), telefon 790 7206, rum 3653 i Klocktornet, Lindstedtsvägen 25.

- *Övningsledare:*

Grupp 1 Daniel Schnellmann (dansch@math.kth.se), rum 3748, Lindstedtsvägen 25,

Grupp 2 Oscar Andersson Forsman (oaf@math.kth.se), rum 1644, Lindstedtsvägen 3,

Grupp 3 Christian Grundh (cgrundh@math.kth.se), rum 3729, Lindstedtsvägen 25,

Grupp 4 Erik Lindgren (eriklin@math.kth.se), telefon 790 6663, rum 3730, Lindstedtsvägen 25,

Kurssekreterare: Ulla Gällstedt (ulla@math.kth.se), telefon 790 7214, rum 3522, Lindstedtsvägen 25. Ulla har hand om registrering, inrapportering av betyg, samt anmälan till tentamen om "Mina sidor" inte fungerar. Var god observera att om det uppstår problem med kursregistrering och/eller tentamensanmälan så ska du vända dig till Ulla – och inte till Olle.

OBSERVERA: Obligatorisk tentamensanmälan minst 14 dagar i förväg via "Mina sidor".

Kursen är indelad i fyra moduler. På de två första och den fjärde ges möjlighet att få bonuspoäng medelst kontrollskrivningar, och på den tredje kan man få bonuspoäng genom att lösa en inlämningsuppgift.

Modulerna omfattar följande:

modul 1 ZC, kapitel 1–3: Introduktion till differentialekvationer, första ordningens differentialekvationer, respektive modellering med första ordningens differentialekvationer. KS 1 ges måndagen den 15:e september klockan 9.00–10.00.

modul 2 ZC, kapitel 7: Laplacetransformen. KS 2 ges måndagen den 22:e september klockan 9.00–10.00.

modul 3 ZC, kapitel **11** och **12**: Ortogonala funktioner och Fourierserier, respektive partiella differentialekvationer. Inlämningsuppgiften ska redovisas under vecka 40 såväl skriftligt som muntligt för Olle i grupper om tre deltagare.

modul 4 ZC, kapitel **4**, **8** och **10**: Högre ordningens differentialekvationer, system av linjära ordinära differentialekvationer av första ordningen, samt plana autonoma system och deras stabilitet. KS 3 ges måndagen den 13:e oktober klockan 9.00–10.00

Varje kontrollskrivning består av 3 trepoängsuppgifter. Minst 5 poäng ger godkänt på motsvarande modul. 8–9 poäng ger 1 bonuspoäng till högre betyg.

Om alla fyra modulerna är godkända erhålles betyget E utan tentamen.

Ordinarie tentamen: Torsdagen den 23:e oktober, klockan 8.00–13.00. Tentan är tvådelad.

Del 1 är avsedd för betyget E och omfattar 4 uppgifter motsvarande de fyra modulerna. För betyget E krävs godkänt på alla fyra modulerna.

Del 2 är avsedd för de högre betygen A, B, C, D, och omfattar totalt 20 poäng.

För betyget A krävs förutom 4 godkända moduler även 15 poäng på del 2.

För betyget B krävs förutom 4 godkända moduler även 11 poäng på del 2.

För betyget C krävs förutom 4 godkända moduler även 7 poäng på del 2.

För betyget D krävs förutom 4 godkända moduler även 3 poäng på del 2.

Gamla teknologer som läser 5B1206 erhåller betyg enligt nedan.

Del 1 omfattar 4 uppgifter svarande mot de olika modulerna och är avsedd för betyget 3. För att få en 3:a krävs godkänt på alla fyra modulerna.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5, och omfattar totalt 20 poäng.

För betyget 4 krävs förutom 4 godkända moduler även 8 poäng på del 2.

För betyget 5 krävs förutom 4 godkända moduler även 14 poäng på del 2.

De godkända modulerna får tillgodoräknas dels vid den ordinarie tentan och dels vid omtentan torsdagen den 8:e januari 2009, klockan 14.00–19.00.

Komplettering Den som blivit underkänd på ordinarie tentan eller på omtentan, men erhållit 3 godkända moduler, har möjlighet att komplettera till betyget E. Kompletteringen sker genom ett skriftligt prov inom en månad efter motsvarande tentamen.

Kompletteringen till ordinarie tentan ges preliminärt den 17:e november klockan 9.00–10.00.

Klagomål på rättningen görs skriftligt på blanketter som tillhandahålles av matematikeninstitutionens studentexpedition.

KURSPLANERING

Avsnittet **n** i kapitel **m** i läroboken *ZC* betecknas med **m.n** nedan. De tal som inte hinns med i undervisningen utgör hemläxa.

Föreläsning 1, mån 1/9, 15–17 i FR4. Kursbeskrivning och inledning till ordinära differentialekvationer, **1.1–1.3**. Tal: **1.1:** 4, 6, 41, 57; **1.2:** 16, 18, 30; **1.3:** 10, 17.

Föreläsning 2, tis 2/9, 15–17 i F1. Lösningmetoder för första ordningens ODE, **2.1–2.3** och **2.5**. Tal: **2.1:** 7, 19, 21, 38; **2.2:** 19, 24; **2.3:** 6, 10, 31; **2.5:** 6, 16.

Övning 1, ons 3/9, 13–15. **1.1:** 3, 5, 21, 39, 58; **1.2:** 15, 21, 43, 45; **1.3:** 3, 5, 11, 31; **2.1:** 25, 33, 35, 39; **2.2:** 17, 39, 47; **2.3:** 5, 17, 33, 43, 46; **2.5:** 5, 19.

Föreläsning 3, fre 5/9, 13–15 i F1. Mer om modellering med första ordningens ODE, **3.1–3.3**. Tal: **3.1:** 4, 14, 21; **3.2:** 3; **3.3:** 7, 8.

Föreläsning 4, tis 9/9, 15–17 i Q1. Laplacetransformen och dess invers, **7.1–7.2**. Tal: **7.1:** 4, 32, 36; **7.2:** 8, 16, 30, 34, 36, 42.

Övning 2, ons 10/9, 13–15. **3.1:** 5, 13, 23, 25, 35, 42; **3.2:** 5, 9; **3.3:** 5, 15; **7.1:** 3, 15, 37, 46; **7.2:** 5, 15, 27, 33, 37, 39.

Föreläsning 5, tor 11/9, 8–10 i M1. Laplacetransformen av translaterade funktioner, derivator, faltningar och periodiska funktioner, **7.3–7.4**. Tal: **7.3:** 8, 16, 30, 40, 42, 58; **7.4:** 6, 20, 26, 38, 54.

Föreläsning 6, fre 12/9, 13–15 i Q1. Deltafunktionen och lösning av linjära differentialekvationssystem med Laplacetransformen, **7.5–7.6**. Tal: **7.5:** 6, 12; **7.6:** 6, 12.

Övning 3, fre 12/9 15–17. 7.3: 3, 15, 27, 39, 49–54, 57, 69; **7.4:** 7, 21, 25, 29, 39, 53; **7.5:** 5, 11; **7.6:** 1, 7.

KS 1, mån 15/9, 9.00–10.00 på modul 1.

Föreläsning 7, tis 16/9, 15–17 i Q1. Ortogonala funktioner och Fourierserier, **11.1–11.2.** Tal: **11.1:** 9, 12; **11.2:** 7+19, 9+20.

Föreläsning 8, tor 18/9, 10–12 i Q1. Cosinus- och sinusserier samt separabla linjära partiella differentialekvationer, **11.3** och **12.1.** Tal: **11.3:** 14, 28, 42; **12.1:** 1, 11, 16.

Övning 4, tor 18/9, 13–15. 11.1: 11, 21; **11.2:** 5+17, 15; **11.3:** 23, 27, 41; **12.1:** 3, 7, 13, 28.

Föreläsning 9, fre 19/9, 13–15 i Q1. Randvärdesproblem i allmänhet och värmeledningsekvationen i synnerhet, **12.2–12.3.** Tal: **12.2:** 2, 6; **12.3:** 3, 4.

KS 2, mån 22/9, 9.00–10.00 på modul 2.

Föreläsning 10, mån 22/9, 13–15 i FR4. Vågekvationen och Laplaces ekvation, **12.4–12.5.** Tal: **12.4:** 1, 9; **12.5:** 12.

Övning 5, tis 23/9, 10–12. 12.2: 3, 7, 9; **12.3:** 1, 5; **12.4:** 7, 14, 17; **12.5:** 11.

Föreläsning 11, tor 25/9, 13–15 i Q1. Allmänt om ordinära differentialekvationer av högre ordning, **4.1** Tal: 10, 13, 18, 20, 24, 29.

Föreläsning 12, fre 26/9, 8–10 i M1. Reduktion av ordningen, **4.2.** Tal: 11, 20.

Övning 6, fre 26/9, 10–12. 4.1: 7, 17, 23, 35, 38, 40; **4.2:** 9, 19.

Redovisning av inlämningsuppgiften under vecka 40!!!

Föreläsning 13, tis 30/9, 13–15 i Q1. Hur man hittar en partikulärlösning genom att variera konstanterna i den homogena lösningen, **4.6.** Tal: 14, 24.

Föreläsning 14, ons 1/10, 8–10 i M1. Homogena linjära system med egenvektorsmetoden, 8.1–8.2. Tal: 8.1: 6, 12, 18; 8.2: 2, 10, 20, 36, 44.

Övning 7, ons 1/10, 10–12. 4.6: 1, 11, 23; 8.1: 5, 13, 17, 25; 8.2: 5, 7, 21, 35, 37, 47.

Föreläsning 15, tor 2/10, 13–15 i Q1. Inhomogena system, 8.3. Tal: 23, 30, 32.

Föreläsning 16, mån 6/10, 10–12 i M1. Plana autonoma system och stabilitet, 10.1–10.2. Tal: 10.1: 6, 16, 18, 24; 10.2: 4, 6, 11, 18.

Övning 8, tor 9/10, 10–12. 8.3: 15, 21, 31; 10.1: 5, 15, 19, 25.

Föreläsning 17, tor 9/10, 13–15 i E1. Linjarisering och lokal stabilitet, 10.3. Tal: 2, 3, 14, 18, 30, 33.

Föreläsning 18, fre 10/10, 13–15 i Q1. Sammanfattning av linjära system av första ordningen, kapitel 8 och 10.

Övning 9, fre 10/10, 15–17. 10.2: 1, 7, 13, 17, 19; 10.3: 1, 7, 13, 17, 25, 31.

KS 3, mån 13/10, 9.00–10.00, på modul 4.

Föreläsning 19, tis 14/10, 8–10 i Q1. Kurssammanfattning, repetition.

Föreläsning 20, ons 15/10, 10–12 i Q1. Genomgång av en gammal tentamen.

Övning 10, fre 17/10, 13–15. 1.2: 22, 2.1: 28, 2.2: 8; 2.3: 12; 2.5: 9, 18; 3.1: 17; 4.1: 28; 4.2: 14; 4.6: 16; 7.2: 18, 40; 7.3: 22, 56; 7.4: 10, 30, 44; 7.5: 8; 8.1: 20; 8.3: 18; 10.1: 2; 10.3: 16, 28.