

SF1658 Trigonometri och funktioner
Lösningsförslag med bedömningskriterier till kontrollskrivning, 2008

Uppgift

a) Bestäm, exakt, alla lösningar i radianer, till ekvationen $\sin(3x + 2) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. (3)

b) I en triangel har vi en vinkel α och tillhörande sidor av längd $b = 1$ och $c = 4$ längdenheter. Arean till triangeln är 1. Bestäm, exakt, vilka grader vinkeln α kan vara. (2)

c) Bestäm, exakt, amplituden A och fasförskjutningen ϕ sådan att

$$3 \sin(x) - \sqrt{3} \cos(x) = A \sin(x + \phi).$$

(4)

Lösningsförslag

a) Ekvationen $\sin(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ har lösningarna

$$t = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n \quad \text{och} \quad t = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n,$$

för alla heltal n . Med $t = 3x + 2$ får vi $x = \frac{t-2}{3}$, vilket ger

$$x = \left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n - 2\right)/3 = -\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n - \frac{2}{3}$$

och

$$x = \left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi n - 2\right)/3 = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n - \frac{2}{3},$$

för alla heltal n .

b) Arean till triangeln är 1, och ges av uttrycket $\frac{1}{2}bc \sin(\alpha) = 2 \sin(\alpha)$. Detta betyder att $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$. En vinkel blir då $\alpha = \pi/6$, och den andra vinkeln blir $\alpha = \pi - \pi/6$.

c) Vi har ekvationerna

$$A \cos(\phi) = 3 \quad \text{och} \quad A \sin(\phi) = -\sqrt{3}.$$

Detta ger $\cos(\phi) = 3/A$ och $\sin(\phi) = -\sqrt{3}/A$. Med $\phi = \pi/6$ har vi nästan en lösning då

$$\cos(\pi/6) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{A} \quad \text{och} \quad \sin(\pi/6) = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{A},$$

har lösning $A = 2\sqrt{3}$. Om vi sätter $\phi = -\frac{\pi}{6}$ så ändras inte cosinusvärdet, men sinusvärdet byter tecken.

Svar:

a) $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n - \frac{2}{3}$ och $x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n - \frac{2}{3}$, för alla heltal n .

b) Vinkel $\alpha = \pi/6$ och $\alpha = 5\pi/6$.

c) $A = 2\sqrt{3}$ och $\phi = -\pi/6$.

Bedömningskriterier

- a) – Hittat lösningarna $t = -\pi/4$ och $t = 5\pi/4$ **1 poäng**.
 - Hittat alla lösningar till $\sin(t) = -\sqrt{2}/2$ **1 poäng**.
 - Korrekt svar till uppgift **1 poäng**.
- b) – Hittat vinkeln $\alpha = \pi/6$ **1 poäng**.
 - Hittat vinkeln $\alpha = 5\pi/6$ **1 poäng**.
- c) – Korrekta ekvationer för A och ϕ **1 poäng**.
 - Korrekt svar **3 poäng**.

Bedömning av presentationen

Presentationen av lösningen bedöms med 0-3 poäng enligt följande:

- 0p** Lösningen saknar helt förklarande text eller figur, eller är mycket osammanhängande med ekvationer, formler och beräkningar utspridda över papperet.
- 1p** Lösningen har dåligt med förklarande text och figur, eller förklarande text som är tvetydig eller svår att förstå.
- 2p** Lösningen har förklarande text och/eller figur till de flesta formler och beräkningar, men inte överallt där det skulle behövas, eller lösningen har förklarande text i så stor omfattning att tankegången drunknar i text. Eventuellt, lösningen har i tillägg till förklarande text, irrelevant text och irrelevanta beräkningar.
- 3p** Lösningen har bra förklarande text och/eller figur till alla formler och beräkningar.

Egenbedömning

Studenten skall bedöma sin egen lösning enligt de bedömningskriterier som ges ovan. Bedömningen skall motiveras och eventuella slarvfel identifieras. I de fall lösningen avviker mycket från lösningsförslaget kan bedömningskriterierna vara svåra att tillämpa. I dessa fall får studenten föreslå en helt egen bedömning med motivering. Detta måste markeras tydligt.

Slutgranskning

Skrivningarna slutgranskas och poängsätts av examinator.