Uppgifter inför KS1 den 16 feb 2010. Matematik II för CL.

1. Utför matrismultiplikationen ABC om $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Fyll i det som saknas $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & \bullet \\ 1 & \bullet \\ \bullet & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & \bullet & 7 & \bullet \\ \bullet & 1 & \bullet & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & 5 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0 \end{pmatrix}$

3. Beräkna determinanterna a) $\begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix}$

4. Beräkna determinanterna a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ bc & ac & ab \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -9 & 17 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

5. Lös med Gausselimination:

a) 2x + 2y + 2z = 0
-2x + 5y + 2z = 1
8x + y + 4z = -1

b) -2b + 3c = 1
3a + 6b – 3c = -2
6a + 6b + 3c = 5

c) x + y + 2z = 9
2x + 4y – 3z = 1
3x + 6y – 5z = 0

6. För vilka värden på konstanten a har följande system ingen lösning? Precis en lösning? Oändligt många lösningar?

X + 2y - 3z = 4
3x - y + 5z = 2
4x + y + (a*a-14)z = a + 2

7. Lös för ekvationssystemen:

a) $\begin{cases} ax + by = a \\ 2bx - ay = b \end{cases}$ (använd Cramers regel)

b) $\begin{cases} 4x + ay = a + 2 \\ ax + y = 2 \end{cases}$ för olika värden på a

c) Bestäm det värde på a för vilket ekvationssystemet $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + ay - 2z = 3 \\ -x + y + z = b \end{cases}$

saknar entydig lösning.

8. Använd Cramers regel för att lösa ut endast y (utan att lösa ut x,z och w).

$$\begin{cases} 4x + y + z + w = 6 \\ 3x + 7y - z + w = 1 \\ 7x + 3y - 5z + 8w = -3 \\ x + y + z + 2w = 3 \end{cases}$$

9. Uttryck vektorn v =(-7,3,0,8) som en linjärkombination av vektorerna $\{(1,-1,1,1),(-1,1,0,2),(1,1,-1,-1)\}$

10. Avgör om vektorerna $\overline{v_1},\overline{v_2},\overline{v_3}$ är linjärt beroende eller oberoende då

a) $\overline{v_1} = (1,-2,3)$, $\overline{v_2} = (5,6,-1)$ $\overline{v_3} = (3,2,1)$

b) $\overline{v_1} = (1,0,-1)$, $\overline{v_2} = (2,1,2)$, $\overline{v_3} = (3,-2,0)$

11. Bestäm alla värden på k så att mängderna nedan är linjärt oberoende.
a) $\{(1,0,1,0),(0,1,1,1),(2,-3,-1,k)\}$ b) $\{(1,1,1,2),(1,-1,2,0),(-1,2,k,1)\}$

12. Kan följande vektorer bilda en bas i R^3 ?
a) $\overline{v_1} = (2,0,-1)$, $\overline{v_2} = (4,0,7)$ $\overline{v_3} = (-1,1,4)$
b) $\overline{v_1} = (1,1,2)$, $\overline{v_2} = (1,-1,-1)$, $\overline{v_3} = (2,1,1)$
c) $\overline{v_1} = (1,0,1)$, $\overline{v_2} = (-1,2,1)$, $\overline{v_3} = (1,3,5)$, $\overline{v_4} = (2,-1,-4)$
d) $\overline{v_1} = (1,-1,1)$, $\overline{v_2} = (1,2,-1)$, $\overline{v_3} = (3,0,1)$

13. Bestäm koordinaterna för vektorn $\overline{v}$ med avseende på basen S = $\{\overline{v_1,v_2,v_3}\}$ då
$\overline{v} = (2,-1,3)$, $\overline{v_1} = (1,0,0)$, $\overline{v_2} = (2,2,0)$, $\overline{v_3} = (3,3,3)$.

Facit:

1. $\begin{pmatrix} 18 & 15 \\ 46 & 39 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} -25 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 7 & 3 \\ -9 & 1 & 5 & 3 \\ 8 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

3. a) -4 b) 0

4. a) 0 b) 3

5. a) x=-1/7 – 3/7t, y=1/7 – 4/7t, z=t
   b) olöslig
   c) x=1, y=2, z=3

6. a=-4 ingen; $a \neq \pm 4$ precis en lösning; a=4 oändligt många.

7a) $x = \dfrac{a^2 + b^2}{a^2 + 2b^2}, y = \dfrac{ab}{a^2 + 2b^2}$

b) $a \neq \pm 2 : x = \dfrac{1}{2+a}, y = \dfrac{4+a}{2+a}$

$a = 2 : x = t, y = 2 - 2t$, dvs oändligt många lösningar,
a=-2: lösning saknas.

c) a = -1

8. y=0

9. (-7,3,0,8)= $-2(1,-1,1,0) + 3(-1,1,0,2) - 2(1,1,-1,-1)$

10. a) linjärt beroende b) linjärt oberoende

11. a) linjärt oberoende för alla $k \neq -3$ b) linjärt oberoende för alla $k \neq -5/2$

12.a) och b) ja, de är linjärt oberoende.
   c) ej en bas 4 vektorer i R^3 kan ej vara linjärt oberoende
   d) Ej en bas, de är linjärt beroende.

13. $\overline{v_s} = (3,-2,1)$