Institutionen för matematik
KTH

SF1613, Matematik II för CL. Inlämningsuppgift nr 1.

Använd ett eller två som parametervärdet a och de tre sista siffrorna i ditt personnummer som övriga parametervärden dvs (b,c,d) i uppgifterna nedan. Tag bort eventuella nollor och ingen siffra får förekomma mer än en gång.
Ange dina parametrar tillsammans med ditt textade namn på inlämningsbladet.
Uppgiften måste lämnas in i pappersform (dvs ej skickas via datorn).

Godkänd uppgift ger 2 poäng till tentamen. Skriftlig och muntlig redovisning krävs.

Lämnas in senast den 22 mars 2010.

---

1. Betrakta matrisen $A = \begin{pmatrix} -3 & 3a+5 & 5b-2 \\ 1 & -a-2 & -2b+3 \\ -3 & 3a+4 & 4b+6 \end{pmatrix}$ och vektorn $\overline{f} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

a) Sätt in dina parametervärden i matrisen A och vektorn $\overline{f}$.

b) Lös systemet $A\overline{x} = \overline{f}$ med Gausselimination.

c) Bestäm A^{-1} .

d) Lös ekvationssystemet $A\overline{x} = \overline{f}$ med hjälp av A^{-1}.

e) Lös ekvationssystemet $A\overline{x} = \overline{f}$ med hjälp av Cramers regel.

1 a) – e) räknas för hand och redovisas.

f) Kontrollera ditt svar med hjälp av Maple. Ladda in with(linalg); och där ser du vilka funktioner som finns. Kontrollera hur de används med ”help”. Använd tex matrix, det, gausselim, gaussjord, inverse etc. Det räcker att kontrollera en lösning.

g) Rita de tre planen i Maple. Ladda in with(plots); och använd t ex display3d tillsammans med implicitplot3d eller plot3d. Rita de tre figurerna i samma bild.

Använd gärna axes=boxed och drag figuren med musen så ser man planen ifrån olika håll och hur de skär varandra.

2. $D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$ är den 4×4 Vandermonde determinanten.

Visa att $D_4 = (b-a)(c-a)(d-a)(c-b)(d-b)(d-c)$. Du skall räkna ut determinanten för hand med hjälp av rad - och kolonnoperationer. Du kommer att behöva att faktorisera en del. Kontrollera gärna ditt svar med hjälp utav Maple.

3. Är vektorerna $\overline{v_1} = (2,-1,0,b)$, $\overline{v_2} = (1,2,5,-1)$ och $\overline{v_3} = (7,-1,c,8)$ linjärt oberoende i R^4 ? Svaret måste motiveras väl.

4. Betrakta matriserna

$$A = \begin{pmatrix} -ab & a & 1+a^2b \\ -2bc & 2c & b-c^2+2abc \\ -b & 1 & ab \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2a-b+4c+5 & -a+b-2c-2 & 2a-2b+4c+4 \\ 2a+4c+4 & -a-2c-1 & 2a+4c+4 \\ b & -b & 2b+1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} b+c+8 & 0 & c-b+4 \\ 0 & a & 0 \\ c-b+4 & 0 & b+c+8 \end{pmatrix}$$

a) Visa att A ej är diagonaliserbar genom att bestämma A:s egenvärden och egenvektorer.

b) Visa att B är diagonaliserbar genom att bestämma tre linjärt oberoende egenvektorer till B. Bestäm också en matris P och en diagonalmatris D så att $P^{-1}BP = D$. Verifiera att $BP = PD$.

c) Matrisen C är symmetrisk. Visa att C är ortogonalt diagonaliserbar genom att bestämma tre ortonormerade egenvektorer till C. Bestäm också en ortogonal matris O och en diagonalmatris D_1, så att $O^{-1}CO = D_1$, samt verifiera denna likhet.

Uppgift 4 kan du antingen göra helt för hand eller i Maple – du får välja själv. Du kan också blanda de två sätten. I Maple har du nytta av kommandona eigenvects och eigenvals.

5. Vad är den geometriska betydelsen av $2x^2 + 2y^2 + dz^2 + 2dxy = 1$?

Det finns en allmän inledning till Maple som du kan hitta under kursen SF1619 (Analytiska metoder och linjär algebra II) från läsåret 08-09.