
KTH Matematik

1. Bestäm avståndet mellan z-axeln och linjen
 $x = 1 + 3t, y = 2 - 4t, z = 5t.$ (3p)

2. Visa att skärningslinjen mellan planen
 $x + 2y - 3z = 0$ och $-2x + 3y + 6z = 7$
inte skär planet $y = 0$. (3p)

3. Diagonalisera den av följande matriser som är diagonaliserbar.
 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$
Visa dessutom att den andra matrisen inte är diagonaliserbar. (3p)

4. Betrakta matrisen $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -3 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$
Bestäm M :s determinant samt egenvärdena till M och M^t . (3p)

5. En matris transformerar vektorer av typ (x, y, z) till (y, z, x) . Bestäm
matrisen och dess determinant. (3p)

6. Lös ut X ur matrisekvationen $AXB = C$, där A och B är givna i uppgift 1 och $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. (3p)

7. Bestäm ett värde på k så att vektorerna $\bar{a} = (1, -1, 1, -1)$, $\bar{b} = (0, 1, 1, 1)$ och $\bar{c} = (k, 0, 1, 0)$ blir linjärt beroende. (3p)

8a. Bestäm egenvärdena till matriserna K och K^{-1} , där $K = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. (1p)

8b. Visa allmänt att om den kvadratiska matrisen A är inverterbar och A har egenvärdet λ , så har A^{-1} egenvärdet $1/\lambda$. (2p)