

KTH Matematik

A. Sola

SF1624 Algebra och Geometri för M1:
Inlämningsuppgift

Inlämningsuppgiften skall lämnas in **senast 6 oktober 2009 klockan 12.00**. Uppgifter som lämnas in för sent kommer inte att rättas.

Uppgiften får lösas tillsammans i grupper om **högst tre personer**. Varje gruppmedlem ska lämna in en egen lösning, och ange vilka personer han eller hon har samarbetat med.

Uppgifterna kan ge **0p, 3p eller 4p** på uppgift 3 på tentamen enligt instruktionerna nedan. Ett antal slumpvis utvalda grupper kommer även att ombes att kortfattat förklara sina lösningar för kursledaren.

Allmänna instruktioner. Det finns flera syften med inlämningsuppgiften. En viktig del av uppgiften är att du ska visa att du förstått de grundläggande begreppen *linjär avbildning*, *matrisen för en linjär avbildning*, *sammansatt avbildning* och *determinant*. Du ska även visa att du kan hantera denna typ av objekt och lösa problem som kan formuleras i begreppen ovan med hjälp av kursens definitioner och satser.

En annan aspekt är att du ska kunna ge tolkningar av svaren du erhåller, och diskutera vad olika algebraiska resultat har för geometriska tolkningar.

Slutligen ska inlämningsuppgiften ge en träning i att framställa matematik i skrift. Du ska skriva lösningar som är lättlästa och som innehåller alla väsentliga steg och räkningar som behövs för att en läsare med grundkunskaper i algebra och geometri kan följa dina resonemang. Du ska kunna införa beteckningar där det behövs och använda dem konsekvent.

Tänk dig att du skriver din lösning för en kamrat som missat några föreläsningar och nu ber dig förklara materialet som har behandlats under tiden. Referera till boken när du använder en sats eller en definition, och förse din lösning med förklarande text så att det tydligt framgår vad du gör för att lösa uppgiften.

Var god vänd!

1. Rotationer. Bestäm matrisen för den linjära avbildningen \mathcal{R} som roterar rummet med $\pi/2$ radianer kring x -axeln i moturs riktning. Vad blir bilden av vektorn som i standardbasen har koordinater

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

under avbildningen \mathcal{R} ?

Bestäm även matrisen för den sammansatta avbildningen

$$\mathcal{R}^3 = \mathcal{R} \circ \mathcal{R} \circ \mathcal{R}$$

och för den inversa avbildningen \mathcal{R}^{-1} . Beskriv vad avbildningarna \mathcal{R}^3 och \mathcal{R}^{-1} gör med rummet.

Beräkna determinanterna för matriserna som hör till avbildningarna \mathcal{R} , \mathcal{R}^3 och \mathcal{R}^{-1} och ge en geometrisk tolkning av dina resultat.

2. Projektioner. Bestäm matrisen för den ortogonala projektionen \mathcal{P} av rummet på planet som ges av ekvationen

$$x - z = 0.$$

Vad blir bilden av vektorn som i standardbasen har koordinater

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

under avbildningen \mathcal{P} ?

Bestäm därefter matrisen för den sammansatta avbildningen

$$\mathcal{P}^2 = \mathcal{P} \circ \mathcal{P}.$$

Jämför därefter matriserna för \mathcal{P} och \mathcal{P}^2 . Vilka slutsatser man kan dra ur denna jämförelse?

Beräkna determinanten för matrisen hörande till avbildningen \mathcal{P} och ge en geometrisk tolkning av ditt resultat.

Lycka till!