

SF1625 Envariabelanalys för CDATE1 övningar inför kontrollskrivning 1

Här följer några övningsuppgifter som kan vara bra att kika på inför KS 1. Syftet är enbart att ge ett hum om vilken nivå KS-uppgifterna kommer att ligga på. Dessa uppgifter täcker endast en bråkdel av materialet och man kan DEFINITIVT INTE räkna med att klara KS bara genom att plugga på dessa uppgifter.

1. Visa med definitionen av gränsvärde att

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{2x - 1} = 2.$$

2. Vi har lärt oss att en kontinuerlig funktion på ett slutet, begränsat intervall måste anta max och min. Hur är det med halvöppna intervall? Är det sant att en kontinuerlig funktion på $(0, 1]$ måste anta åtminstone endera av max *eller* min? Bevisa det, eller ge ett motexempel.

3. Ett snapsglas har formen av en uppochnedvänd kon med höjd 8 cm och cirkulär basyta med radie 3 cm. Man håller upp med ett jämnt flöde om $10 \text{ cm}^3/\text{s}$. Hur snabbt stiger vätskenivån då den har nått 4 cm?

4. Bestäm en ekvation för normalen till kurvan som ges av $x \sin(y) + y \cos(x) = \frac{\pi}{2}$ i punkten $(0, \frac{\pi}{2})$.

5. Härled derivatan för $\arcsin(x)$ genom att derivera sambandet $\sin(\arcsin(x)) = x$.

6. Betrakta funktionen

$$f(x) = \begin{cases} |\cos(x) + \sin(x)|^{\frac{1}{x}} & \text{om } x \neq 0, \\ e & \text{om } x = 0. \end{cases}$$

Är $f(x)$ kontinuerlig i $x = 0$?

7. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = (1 + 2x)e^{-x^2}$ och skissa funktionsgrafan.

Svar:

2. Påståendet är inte sant.

3. $\frac{40}{9\pi}$ cm/s

4. $y = x + \frac{\pi}{2}$

6. Ja

7. $V(f) = [-\frac{1}{e}, \frac{2}{e^{1/4}}]$

