Exempel 8. Vi skall approximera $\int_1^2 x(2+\sin(7x))\,dx$ med trapetsmetoden.

Den s.k. trapetsregeln går ut på att man i $\int_a^b f(x)\,dx$ ersätter integranden $f(x)$ med ett linjärt polynom $p(x)$ som går igenom punkterna $(a, f(a))$ och $(b, f(b))$.

Vi kan skriva polynomet t.ex. på formen

$$p(x) = f(a) + (x-a)\,\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

Om vi nu integrerar polynomet får vi

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \int_a^b p(x)\,dx = \frac{b-a}{2}\{f(a)+f(b)\}$$

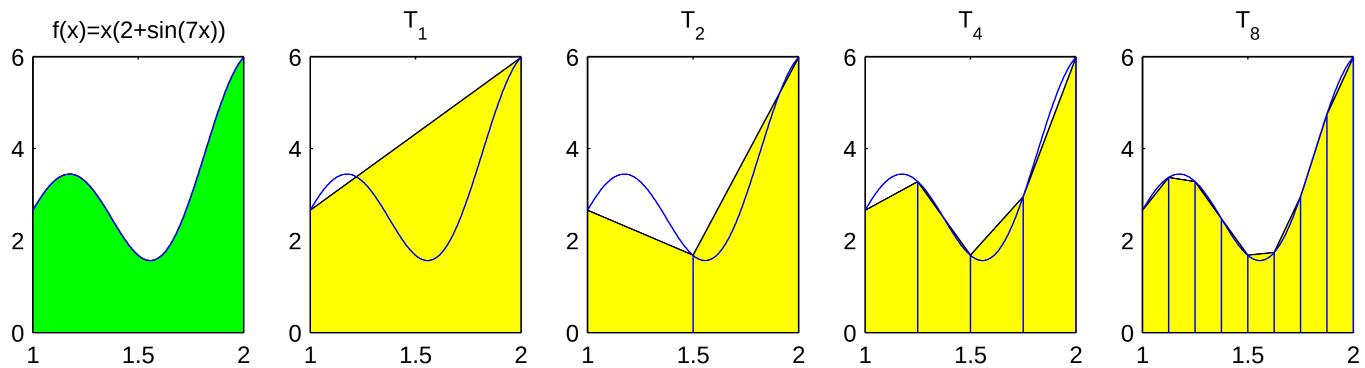
Trapetsmetoden kan nu formuleras:

Låt $x_i = a+(i-1)h,\ i=1,2,\cdots,n+1$ med $h=\frac{b-a}{n}$ vara en indelning av $a \le x \le b$.

Använder vi trapetsregeln på varje delintervall får vi

$$T_n = \frac{h}{2}\{f(x_1)+2f(x_2)+\cdots+2f(x_n)+f(x_{n+1})\}$$

Nu beräkningar vi successivt $T_1, T_2, T_4, \cdots$ enligt (intervallhalveringar)




```
>> a=1; b=2;
>> h=b-a; x=a:h:b; f=x.*(2+sin(7*x));
>> T1=h/2*(f(1)+f(2))
T1 =
    4.3191

>> h=(b-a)/2; x=a:h:b; f=x.*(2+sin(7*x));
>> T2=h/2*(f(1)+2*f(2)+f(3))
T2 =
    2.9998
```

```
>> h=(b-a)/4; x=a:h:b; f=x.*(2+sin(7*x));
>> T4=h/2*(f(1)+2*f(2)+2*f(3)+2*f(4)+f(5))
T4 =
    3.0590

>> h=(b-a)/8; x=a:h:b; f=x.*(2+sin(7*x));
>> T8=h/2*(f(1)+2*sum(f(2:8))+f(9))
T8 =
    3.0715
```

Nu beräknar vi T_{16} på ett lite allmännare sätt

```
>> n=16;
>> a=1; b=2;
>> h=(b-a)/n; x=a:h:b; f=x.*(2+sin(7*x));
>> Tn=h/2*(f(1)+2*sum(f(2:end-1))+f(end));

>> disp(['T',num2str(n),' = ']), disp(['    ',num2str(Tn)])
T16 =
    3.0745
```

Exempel 9. Med funktionen **quadl** beräknar vi integralen från exempel 8 noggrannt med

```
>> s=quadl(@(x)(x.*(2+sin(7*x))),1,2)
s =
   3.075441132296776
```

Vi kan sätta en feltolerans för att få ett noggrannare resultat

```
>> s=quadl(@(x)(x.*(2+sin(7*x))),1,2,1e-10)
s =
   3.075441132295523

>> s=quadl(@(x)(x.*(2+sin(7*x))),1,2,1e-12)
s =
   3.075441132295297
```

Default för feltoleransen är 10^{-6}.