

KTH matematik

Karim Dahö

Inlämningsuppgift1 skall utföras av en grupp bestående av högst 3 studenter som får välja antingen alternativ A som består av tal **1a, 2a och 3a** eller alternativ B som består av tal **1b, 2b och 3b**.

Man får inte blanda a och b uppgifter

1a. Avgör, utan att använda miniräknare, vilket av talen

$$\frac{10^{26} - 3}{10^{26} + 4} \text{ och } \frac{10^{26} - 4}{10^{26} + 3}$$

som är störst.

1b. Avgör, utan att använda miniräknare, vilket av talen

$$\sqrt{2}^{(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})} \text{ och } \left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$$

som är störst.

2a. När man i optiken analyserar diffraktion i s.k gitter med N st spalter, uppkommer uttrycket

$$\left(\frac{\sin(Nx)}{\sin(x)}\right)^2.$$

Fysikboken påstår att detta är lika med N^2 för alla x som gör nämnaren till 0.

Naturligtvis menar man inte att man kan sätta in 0 i nämnaren, utan man vill säga att

$$\left(\frac{\sin(Nx)}{\sin(x)}\right)^2 \rightarrow N^2, \text{ när } x \rightarrow k\pi, \text{ för varje heltal } k$$

Hur inser man det? (N är alltså ett fixt positivt heltal här).

2b. Gränsvärdena

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} \text{ och } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

är ganska svåra att utreda från grunden. Det är emellertid enklare att visa att,

$$\text{om det ena av dem är } A \neq 0, \text{ så måste det andra vara } = \frac{1}{A}.$$

Hur skulle det gå till?

3a. En parkeringsmätare tar betalt enligt följande: först påbörjade timmen kostar 4 kr och därefter kostar det 2kr för varje ytterliggare timme, upp till det maximala dagsbeloppet 10 kr. Låt $f(t)$ vara parkeringskostnaden som funktion av tiden t (timmar).

Skissa grafen $y = f(t)$ för $0 \leq t \leq 24$. Är f en kontinuerlig funktion ?

3b. Härled formeln för geometriska summa $a + ax + ax^2 + \dots + ax^{n-1}$ och beräkna sedan $2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \dots \sqrt[2^n]{2}$.

Vad skall göras

- 1) Gruppen lämnar in till Karim **senast 14 oktober kl 10.15**, en välskriven rapport av alla 3 uppgifter. Gruppen skall motivera och förklara med ord rapporten. Alla 3 uppgifter skall behandlas.
- 2) Gruppen muntlig redovisar måndag den **26 oktober kl 15.15-17.00**, där ev teorifrågor kring uppgifterna kommer att efterfrågas. Under redovisningen skall alla medlemmar i gruppen vara närvarande
- 3) Glöm ej att ange följande info: efternamn+förmamn+personnummer+program (t ex CEDPR)+ e-post med kth-server t ex@kth.se)
- 4) Olika grupper kan samarbeta på samma inlämningsuppgift men varje grupp lämnar in egen redogörelse

OBS! För att bli godkänd och tillgoddo sig 2 poäng till tentamensuppgift nr3 måste följande villkor vara uppfyllda

- Alla 3 uppfiter skall vara rätt.
- Deadline för inlämning **senast 3 december kl 08.15 skall respekteras**
- Under redovisningen skall alla medlemmar i gruppen vara närvarande