

**Kortfattad Lösningsskiss till
Modelltentamen 2 i SF1625 Envariabelanalys ht 2009**

1. Funktionen f är deriverbar överallt utom i punkten $x = 1$. Vi delar in lösningen i två olika fall, $x > 1$ och $x < 1$. Om $x > 1$ så är $f(x) = 3x^3 + 16(x - 1)$ och $f'(x) = 9x^2 + 16$ vilket är > 0 för alla x . f är alltså strängt växande i intervallet $x > 1$. Om $x < 1$ så är $f(x) = 3x^2 - 16(x - 1)$ och $f'(x) = 9x^2 - 16$ och vi ser att $f'(x) = 0$ om och endast om $x = \pm 4/3$ där dock bara $x = -4/3$ ligger i intervallet $x < 1$. Sedvanligt teckenstudium av derivatan (måste göras, överlämnas åt läsaren!) ger att f har ett lokalt max i $-4/3$ och ett lokalt min i 1. Återstår att skissa kurvan.

2. Se facit.

3. För förklaringen, se läroboken. För uträkningen:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^\pi x \sin^2 x \, dx = \pi \int_0^\pi x \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx = \pi \int_0^\pi \frac{x}{2} \, dx - \pi \int_0^\pi \frac{x \cos 2x}{2} \, dx \\ &= \pi [x^2/4]_0^\pi - \pi [x \sin 2x/4]_0^\pi + \pi \int_0^\pi \frac{\sin 2x}{4} \, dx = \dots \end{aligned}$$

- 4.

5. Efter att ha partialintegrerat två gånger har man att

$$\int e^{ax+b} \sin x \, dx = -e^{ax+b} \cos x + ae^{ax+b} \sin x - a^2 \int e^{ax+b} \sin x \, dx$$

och här kan vi flytta den sista termen till andra sidan och bryta ut integralen och dela med $1 + a^2$. så får man det som står i facit.

6. Denna uppgift är exakt likadan som uppgiften värmen som finns på film i bilda. Se den.
7. Partialbråksuppdelning ger $3/(x^2 - 3x) = 1/(x - 3) - 1/x$, sen är det bara att integrera. Generaliserad ty oändligt intervall.
8. Har gått igenom på två föreläsningar och står i boken!

9. Taylorutveckla $f(x)$ kring origo och få att Taylorpolynomet av grad 3 är precis $x - x^3$. Det är alltså en bra approximation.
10. Den homogena lösningen är $a \cos t + B \sin t$ vilken oscillerar och saknar gränsvärde när $t \rightarrow \infty$. Partikulärlösning söks på formen $\cos kt + \sin kt$ vilket också oscillerar och saknar gränsvärde så snart $k \neq 0$. Om $k = 0$ däremot....
-