

**SF1625 Envariabelanalys för M1  
Kontrollskrivning 3A  
Tisdagen den 8 december 2009 kl 08.15**

1,5 poäng per uppgift. Inga hjälpmaterial är tillåtna. Förklara allt Du gör. Svaren måste motiveras.

Kom ihåg logaritmisk derivata. Minns att varje primitiv funktion kan kontrolleras.

1. En klassisk integral precis på gränsen mellan konvergens och divergens lyder
$$\int_e^\infty \frac{dx}{x \ln x}.$$
 Kan ett enkelt variabelbyte ge svaret?
2. Förklara hur man direkt kan avgöra värdet av integralen
$$\int_{-3}^3 (x - \sin x + x^5)(\cos x - x^2) dx.$$
3. Det är ganska lätt att utvärdera integralen
$$\int_0^{5\pi} |\sin x| dx$$
 utan att använda någon primitiv funktion över hela intervallet  $0 \leq x \leq 5\pi$ . Om man vill skriva ut en primitiv funktion över hela detta intervall blir det nog ganska svårt. Kan Du utvärdera denna integral?
4. En differentialekvation (DE) kallas *stabil* om *varje* så kallad homogen lösning går mot noll då tiden  $t$  går mot oändligheten. Kan man genom att enbart *titta på* den reella parametern  $a$  uti DE  $y'' + 2ay' + y = t \sin t$  avgöra huruvida denna DE är stabil?
5. Vad har integralen
$$\int_0^{\pi/2} \tan x dx$$
 för värde? Svaret är mycket kort, men vilket och varför?
6. Ibland behöver man integrera flera gånger i rad. Är det möjligt att
$$z = \left(\frac{x^2}{4}\right)(2 \ln x - 3) + Ax$$
är en primitiv funktion till den primitiva funktionen till  $y = f(x) = \ln x$ , då  $x > 0$  ?