

SF 1625 Envariabelanalys, 7.5 hp, för M1 ht 2009.

Denna kursplan nås via kursens hemsida [/index.html](#) som finns under <http://www.math.kth.se/math/GRU/2009.2010/SF1625/CMAST/> där filen heter *kursplan.pdf*.

Exakt datum för varje moment nedan skall framgå av filen *tidsplan.html*. Kursens schema nås också via hemsidan.

Kursplanering

Läsanvisningarna nedan refererar till vår lärobok, *Analys i en variabel* om inget annat sägs (se nedan sid. 8–9). Bokstaven K står för stencilen *Kompletterande kurslitteratur om serier*. Övningstalen är hämtade från exempelsamlingen *Övningar i analys i en variabel*. OBSERVERA för tydlighets skull att de avsnitt i läroboken som anges nedan SKALL KUNNAS.

Del 1: Grundläggande begrepp.

Föreläsning 1, torsdag 3/9. **Appendix B:** matematiskt symbolspråk, **1.1:** intervall, **1.2:** funktioner, **1.3:** absolutbelopp samt **1.4:** polynom.

- Tal på tavlan: 1.5, 1.10, 1.13, 1.14, 1.31df, 1.50.
- Räkna själv: 1.15, 1.22, 1.25, 1.37, 1.48.

Föreläsning 2, tisdag 8/9. **1.5:** rationella funktioner, **1.6:** potens- och exponentialfunktioner och **1.7:** logaritmer.

- Tal på tavlan: 1.51def, 1.53cef, 1.56, 1.62, 1.67, 1.72a.
- Räkna själv: 1.51abc, 1.57, 1.68, 1.71.

Övning 1. Tal: 1.9, 1.17, 1.27, 1.34, 1.44, 1.61ac, 1.65, 1.72e, 1.74abc.

Föreläsning 3.

1.8: inverser och sammansättningar, **1.9:** trigonometriska funktioner, **1.10:** arcusfunktioner och **1.11:** hyperboliska funktioner.

- Tal på tavlan: 1.85, 1.86, 1.87ae, 1.99a, 1.107, 1.118, 1.120, 1.128, 1.130.
- Räkna själv: 1.84, 1.94, 1.95, 1.98, 1.104, 1.113, 1.126, 1.129.

Föreläsning 4. **2.1:** gränsvärden och **2.2:** kontinuitet.

- Tal på tavlan: 2.3abc, 2.5, 2.9, 2.10a, 2.11a, 2.17b.
- Räkna själv: 2.1, 2.12, 2.13, 2.15, 2.19.

Övning 2. Tal: 1.89, 1.93, 1.98, 1.101, 1.111, 1.113, 1.115, 1.123, 2.4, 2.8c, 2.20.

Föreläsning 5.

2.3: talet e, **2.4:** standardgränsvärden och **2.5.1:** asymptoter.

- Tal på tavlan: 2.11abc, 2.25cd, 2.28.
- Räkna själv: 2.25ab, 2.26, 2.27.

Eventuell Extra Föreläsning, se filen tidsplan.html.

Del 2: Differentialkalkyl.

Föreläsning 6. **3.1–3.3:** derivator.

- Tal på tavlan: 3.2, 3.5, 3.7a.
- Räkna själv: 3.3, 3.6.

Övning 3. Tal: 3.1cdef, 3.7b, 3.9defg.

Föreläsning 7. **3.4:** de elementära funktionernas derivator och
3.5: allmänna egenskaper.

- Tal på tavlan: 3.9abc, 3.11ab, 3.13a.
- Räkna själv: 3.10, 3.16, 3.17, 3.21.

Föreläsning 8.

3.6: högre derivator, **3.7** och **4.1:** kurvritning.

- Tal på tavlan: 3.25, 3.27b, 3.29, 3.32, 4.4cd.
- Räkna själv: 3.26, 3.34, 4.4a.

Övning 4. Tal: 3.11i, 3.12cd, 3.19, 3.28, 4.1be, 4.4b.

Föreläsning 9.

4.2: extremvärden, **4.3:** optimering och **4.4:** olikheter.

- Tal på tavlan: 4.6a,b, 4.9bc, 4.15bd, 4.27.
- Räkna själv: 4.5, 4.7, 4.9a, 4.11, 4.15a.

Föreläsning 10. **8.5:** andra ordningens linjära differentialekvationer (DE) och **8.6:** homogena ekvationer.

- Tal på tavlan: 8.39a,c,d, 8.46.
- Räkna själv: 8.38, 8.42.

Övning 5. Tal: 4.12ad, 4.15c, 4.30, 4.31, 8.40ab, 8.41ab.

Föreläsning 11.

8.7: partikulärlösningar och **8.8:** högre ordningens DE.

- Tal på tavlan: 8.49c, 8.53, 8.54, 8.56d, 8.57, 8.63c.

- Räkna själv: 8.47, 8.48, 8.50, 8.52, 8.55.

KS1 om derivation mm torsdag 5 november klo 08.15 – 09.45.

Del 3: Integralkalkyl. OBS! Vi läser kapitel 6 före kap. 5.

Föreläsning 12. 6.1–6.2: Riemannintegralen, 6.3–6.4:
integralkalkylens fundamentalsats, integrationsregler inklusive
 PI (partiell integration, sid. 252–254),
 VS (variabelsubstitution, sid. 254 – 258) samt något om
 PBU (partialbråksuppdelning, sid. 261 – 263).

- Tal på tavlan: Välj bland 6.3, 6.4, 6.9, 6.10, 6.12cd, 6.15bd, 6.17c, 6.21a.
- Räkna själv: 6.1, 6.5, 6.7, 6.11, 6.15ac, 6.16d, 6.19a.

Övning 6. Tal: Välj bland 6.8, 6.12a, 6.14, 6.16bc, 6.18c, 6.19b.

En del av dessa kan lösas under nästa övning.

Föreläsning 13. Mer från 6.1–6.4.

- Tal på tavlan från föregående föreläsning.
- Räkna själv: se föregående föreläsning.

Övning 7. Tal: En del från föregående övning samt

5.2df, 5.4de, 5.5deh, 5.8c, 5.9f.

Föreläsning 14. 6.5: generaliserade integraler.

- Tal på tavlan: 6.26ab, 6.29ac, 6.32cd, 6.33de, 6.35.
- Räkna själv: 6.25a, 6.28, 6.30, 6.32ab, 6.34.

OBS. En del uppgifter nedan från kapitel 5 om primitiva funktioner kan göras intressantare, om man även utvärderar en motsvarande **bestämd integral**, vilket vi ibland kommer att göra.

Föreläsning 15. **5.1:** primitiva funktioner (antiderivator).

- Tal på tavlan: 5.1f–j, 5.3cd, 5.9ad, 5.11e, 5.16b, 5.17bfh, 5.21b.
- Räkna själv: 5.6, 5.7, 5.13, 5.18a, 5.21a.

Föreläsning 16. **5.2:** partialbråksuppdelning (PBU)
(utom fallet då nämnaren har multipla komplexa nollställen);
5.3: rotuttryck samt **5.4:** trigonometriska funktioner.

- Tal på tavlan: 5.22b, 5.23b, 5.26d, 5.27d, 5.28b.
- Räkna själv: 5.23a, 5.26a, 5.28ac.

Övning 8. Tal: 5.24acd, 5.28d, 5.30b, 5.32, 5.36c, 5.40b, 5.41d, 5.46.

Föreläsning 17. Mer från **5.2**, **5.3** och **5.4**.

- Tal på tavlan: 5.34, 5.37a, 5.39a, 5.40c, 5.41f.
- Räkna själv: 5.35, 5.38, 5.40a, 5.41ab, 5.47.

Föreläsning 18.

7.1: areor, **7.2:** en tråds massa och **7.3:** rotationsvolymer.

- Tal på tavlan: 7.2, 7.8, 7.10, 7.11, 7.20, 7.22.
- Räkna själv: 7.4, 7.9, 7.14, 7.16, 7.21.

Övning 9. Tal: 6.27, 6.29b, 6.31b, 6.33bf, 7.3, 7.12, 7.17.

Föreläsning 19.

7.4: kurvlängder (utom polär form) och **7.5:** rotationsytlor.

- Tal på tavlan: 7.26, 7.27, 7.33, 7.34.
- Räkna själv: 7.23, 7.24, 7.25, 7.32.

Del 4: Numeriska serier och Taylorserier.

Föreläsning 20.

2.5.4: serier och **7.9:** integraler och summor.

- Tal på tavlan: 2.33cd, 2.34df, 7.48.
- Räkna själv: 2.33ab, 2.34e, 7.47.

Övning 10. Tal: 2.32ab cd, 2.34abc, 7.46.

Föreläsning 21. Serier enligt **K** (*Kompletterande kursliterratur om serier*) – som delas ut i förväg (eller hämtas från hemsidan).

- Tal på tavlan, ur **K**: 1b, 2b, 4a,b, 5a, 6a.
- Räkna själv, ur **K**: 1a,c, 4d, 5c.

KS2 om integration mm onsdag 2/12 klo 08.15 – 09.45.

Föreläsning 22.

9.2: Taylors formel, **9.3:** standardutvecklingar och **9.4:** entydighet.

- Tal på tavlan: 9.2bd, 9.6, 9.7, 9.8.
- Räkna själv: 9.2ac, 9.3, 9.10.

Övning 11. Ur **K**: 2a, 3a,b, 4c, 5c, 6b; ur **Ö**: 9.1, 9.4, 9.9.

Föreläsning 23. **9.5:** resttermen.

- Tal på tavlan: 9.12, 9.16, 9.18, 9.23e, 9.24b, 9.28.

- Räkna själv: 9.11, 9.17, 9.20, 9.22ad, 9.27.

KS3 tisdag 8/12 klo 08.15 - 09.45.

Rättade KS3 återlämnas **eventuellt** vid sista föreläsningen eller vid ett extra repetitionstillfälle i vecka 51 före tentamen.

Föreläsning 24.

9.6: gränsvärden med hjälp av Taylorserier och l'Hospitals regel.

- Tal på tavlan: 9.31ab, 9.32b, 9.38, 9.41abc.
- Räkna själv: 9.30, 9.35, 9.37, 9.40.

Övning 12. Genomgång av gamla tentamina och/eller modelltentamina.

Föreläsning 25. Repetition.

Eventuell extra föreläsning med frågestund i vecka 51 några dagar före tentamen.

Tentamen lördag 19 december 2009 klo 9–14. Om anmälan se ovan.

(Eventuell komplettering i januari 2010.)

Omtentamen troligtvis i maj–juni 2010.

Allmänt om kursen.

Detta är en grundläggande kurs i differential- och integralkalkyl för *funktioner av en variabel*: $y = f(x)$. De viktigaste förekommande begreppen är *derivator* och *integraler*, som kommer att dyka upp i de flesta av de tillämpade ämnena. Dessutom tittar vi lite på *oändliga serier*, som man måste förstå till exempel när man studerar växelströmsteknik, där (komplexa) Fourierserier spelar en fundamental roll.

Kalkylen eller **analysen** är de flesta naturvetenskapliga ämnens språk och kräver nog egentligen minst ett helt års helhjärtade studier – vilket annat (naturligt) språk kan man lära sig på mindre än ett år?

Efter genomgången kurs SKALL Osquarulda kunna följande:

- Förstå, tolka och använda differential- och integralkalkylens grundbegrepp: elementära funktioner, gränsvärden, kontinuitet, derivator, integraler och serier.
- Behärska de elementära funktionerna, det vill säga polynom, rationella funktioner, exponentialfunktioner, potensfunktioner, logaritmer samt de trigonometriska och hyperboliska funktionerna och deras inverser.
- Beräkna diverse olika gränsvärden genom att använda kända standardgränsvärden, Taylorutveckling samt l'Hospitals regel.
- Använda derivatan som ett verktyg för att förstå funktioner och deras grafer, finna lokala och globala extrempunkter, bestämma värdemängder, analysera olikheter, etcetera.
- Förstå och använda Taylors formel med feluppskattning för att approximera funktioner med hjälp av polynom.
- Lösa andra ordningens linjära differentialekvationer med konstanta koeficienter.
- Redogöra för Riemannintegralens definition, några av dess tolkningar och tillämpningar.
- Beräkna vissa bestämda integraler med hjälp av primitiva funktioner, variabelsubstitutioner, partiella integrationer och partialbråksuppdelningar.
- Avgöra om vissa generaliserade integraler och oändliga serier är konvergenter (dvs. har ett bestämt ändligt värde) eller är divergenter.

Kurslitteratur: Arne Persson och Lars-Christer Böiers, *ANALYS I EN VARIABEL*, andra upplagan, Studentlitteratur, 2001 (och senare), samt Anonym (Persson–Böiers?), *ÖVNINGAR I ANALYS I EN VARIABEL*, upplaga 5:3, Studentlitteratur, 2008.

Dessa kan man köpa i studentkårens bokhandel.

Vidare används stencilen *Kompletterande kurslitteratur om serier* av Hans Thunberg, KTH, 200x (nedan kallad K), som man kan ladda ner från kurshemsidan.

Föreläsaren kan emellanåt komma att använda övningsuppgifter ur problemssamlingen för år 2007, Eike Petermann, *Analytiska metoder I. Övningsbok*, andra upplagan, Studentlitteratur, år 2000 (och senare).

Läsxåret 2007 – 2008 satte *Dagens uppgifter* Oskar i arbete. De kan nås via en länk (till <http://www.math.kth.se/~bronek/0809/amelia1/dagens.html>) från kursens hemsida.

OBSERVERA att kursens (och därmed examinationens) svårighetsgrad är bestämd av kurslitteraturen.

Som bredvidläsning rekommenderas läroboken år 2007, Eike Petermann, *Analytiska metoder I*, fjärde upplagan, Studentlitteratur, 200y.

Undervisningen ges i form av 25 föreläsningar och 12 övningar. Huvudsyftet med föreläsningarna är att *förlara* matematiken så väl att alla inser att den här kurserna egentligen inte innehåller några märkvärdigheter.

Eftersom det är så pass få övningar, så kommer föreläsningarna även att ägnas åt att lösa uppgifter från övningshäftet eller andra problem. Ytterligare problemlösning ges på övningarna, där man alltså får testa hur mycket man har förstått.

OBSERVERA att undervisningen främst är avsedd för de Osquarulidor som föredrar muntlig framställning framför att läsa in kurslitteraturen på egen hand. Jämfört med läroboken blir undervisningen mera informell (där figurer och resonemang ersätter rigorösa bevis) och erbjuder möjlighet att *ställa frågor*. Missa inte detta!

Om **Kontrollskrivningarna** KS1, KS2, KS3, samt om **examinationen**, se kursens hemsida.

OBS: Obligatorisk tentamensammanträde minst 14 dagar före tentan via MINA SIDOR.

Var God Vänd

Examinator: Lars Filipsson.

Föreläsare: Jockum Aniansson, jockum@kth.se.

Övningsledare:

grupp 1 Bengt Lärka, bengan@kth.se,

grupp 2 Katarina Bergerova, bergero@kth.se,

grupp 3 Hawra Moustaphawi, hawram@kth.se,

grupp 4 Alexander Ludkiewicz, alud@kth.se.

Kurssekreterare: Ulla Gällstedt, ulla@math.kth.se. Ulla kan svara på frågor om registrering och rapportering.

OBSERVERA: blir det något strul med registreringen eller tentamens-anmälan så vänd dig till Ulla!