

INLÄMNINGSUPPGIFT : Envariabelanalys SF1625 som alternativ till KS3

Låt a , b , c och d beteckna de sista fyra siffrorna i ditt personnummer.
Har du t ex pn. 991332 2348 så är $a=2$, $b=3$, $c=4$ och $d=8$ som du
substituerar i dina uppgifter och därefter löser dem.

Uppgift 1.

Betrakta funktionen

$$f(x) = (x - a - 1)e^{\frac{1}{x-a-1}}$$

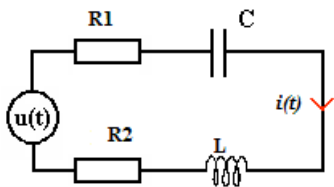
- Bestäm funktionens definitionsmängd.
- Bestäm eventuella skärningspunkter med x- och y-axeln
- Bestäm eventuella asymptoter.
- Beräkna $f'(x)$ och bestäm interval där funktionen växer/avtar
- Bestäm extrempunkter och avgör deras typ.
- Plotta funktionen med eventuella sneda asymptoter.
- Beräkna längden av kurvan mellan punkterna $A(a+2, f(a+2))$ och $B(a+3, f(a+3))$
- Beräkna volymen av den kropp som uppstår vid rotation av området
 $a + 2 \leq x \leq a + 3$, $0 \leq y \leq f(x)$
 - kring x-axeln
 - kring y-axeln
 (Använd Matlab för att kontrollera din räkningar)

Uppgift 2.

Bestäm strömmen $i(t)$ i nedanstående LCR-krets då

$$u(t) = (10+a)\cos(8t) \text{ V}, \quad L = (1+a+c) \text{ H}, \quad R_1 = (3+b)\Omega, \quad R_2 = (d+1)\Omega, \quad C = 4\text{F},$$

$$i(0) = 1 \text{ A}, \quad i'(0) = 1$$

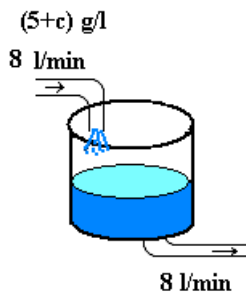


- Ställ upp en differential ekvation för strömmen $i(t)$
- Lös ekvationen m a p $i(t)$ dvs beräkna strömmen $i(t)$ (använd Matlab för att lösa ekvationen)
- Plotta lösningen t ex med Matlab

Uppgift 3.

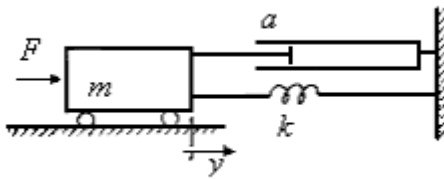
I en tank finns $(250 + a + b)$ liter saltvatten som innehåller 50g salt. Tanken A tillförs 8 liter vatten per minut som innehåller $(5 + c)$ gram salt per liter. Vatten blandas ordentlig och 8 liter rinner ut, enligt bilden nedan. Låt $y(t)$ beteckna saltmängden (i gram) i tanken vid tidsmoment t

- Ställ upp en ekvation för $y(t)$ och lös ekvationen (använd Matlab för att lösa ekvationen)
- Bestäm stationärtillstånd d v s $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$
- Plotta lösningen t ex med Matlab



Uppgift 4.

Ett mekaniskt system med en fjäder och en dämpare



kan beskrivas med följande ekvationen $my'' + py' + qy = F$.

Förklara ekvationen.

Bestäm och rita med MATLAB lösningen $y(t)$ då $m=1$, $p=2$, $k=2$, $F=(a+2)\sin(3t)$

Uppgift 5.

Ett föremål med temperaturen $(200+a)^\circ\text{C}$ har efter 2 minuter i rumstemperatur (22°C) svalnat till $(110+b)^\circ$. Hastigheten med vilken föremålets temperatur $y(t)$ sjunker är proportionell mot skillnaden mellan föremålets temperatur och rumstemperaturen (Newtons avsvälningslag).

i) Ställ upp en differential ekvation för $y(t)$

ii) Bestäm föremålets temperatur som funktion av tiden.

iii) Efter hur lång tid blir föremålets temperatur $(50+c)^\circ$?

iv) Efter hur lång tid blir föremålets temperatur $(30+c)^\circ$?

v) Beräkna $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$

Uppgift 6.

Bestäm Taylorpolynomet $T_3(x)$, $T_5(x)$, $T_{15}(x)$ av grad 3, grad 5 resp. grad 15 till funktionen $f(x) = 1 + b + 2 \sin(4+2x)$, kring punkten $x_0=1$.

Plotta med Matlab $f(x)$, $T_3(x)$, $T_5(x)$ och $T_{15}(x)$ i samma koordinat system.

Använd grafen och avgör hur bra approximeras funktionen $f(x)$ med polynom $T_3(x)$, $T_5(x)$, $T_{15}(x)$ om i) x ligger nära punkten $x_0=1$ ii) x ligger t ex nära punkten 2.

(Använd Matlab för att kontrollera din resultat)

Vad skall göras

Om du löser **tal 1-4** fullständigt rätt får du **3 p till KS3** om du löser **tal1-6** så får du **4p till KS3**

För full poäng krävs att svaren motiveras med kalkyler och argument. Skriv text!. Formulera Dig som om Du skrev en förklaring till en kursare, väl insatt i kursen, utan möjlighet till muntligt kommunikation.

Lätt lästa lösningar lämnas via e post till karim@kth.se senast den 5 mars 2010

Du får gärna samarbeta med andra, men Din lösning skall vara personlig. Inga uppskov medges, oavsett vilka skäl som ges!

Ev matlabskoder skall anges.

Muntligt redovisning tor 11mars och fredag 12 mars vid KTH matematik för de som inte lämnar en ordentlig skriven redovisning