Inför Tentan

(1)

Kap 2 positiva kärnor: ~~def~~

Övn. 2.17 – 2.21

2.6 enkla distributioner } Hjälper att förstå
2.7. δ-fkmen

Kap. 3 Z-transf. : övn. 3.48; 3.50

Kap 4. (Obs! KS behandlade mest detta kap.)

sats 4.1, 4.2 ska kunna tillämpas

Ex. 4.2, 4.3

avsnitt 4.3 : $c_n(f') = in\,c_n(f)$

sats 4.4

övn. 4.16

avsnitt 4.4 sats 4.5

motiveringar

andra perioder sid 90

2

Kap 5 L^2 Teorin

ortogonal projektion
minsta kvadr.-metoden (sats 5.3)
parsevals formell
kompletta ortogonala system (sats 5.8)

Legendrepolyn., Laguerre, Hermite, Chebyshev

övn. av typ minimera $\int |f-p|^2 \cdot \underset{\text{vikt}}{g}$

Kap 6 sep. av variabler
alla typ av övningar

övn 6.4 $u_{xx} = t u_t$

$u = XT$: $X''T = tXT' \Rightarrow \frac{X''}{X} = \frac{tT'}{T} = \lambda$

$\boxed{X'' - \lambda X = 0}$ $\boxed{tT' - \lambda T = 0}$ $\Rightarrow$ $\cancel{tT'}$ $T' - \frac{\lambda}{t} T = 0$

$\frac{T'}{T} = \frac{\lambda}{t} \Rightarrow \ln T = \lambda \ln t \Rightarrow T = t^{\lambda}$

övn. 6.5 $u_{xx} = u_t + f(x)$

$u = v + g(x)$: $u_{xx} = v_{xx} + g_{xx}$; $\boxed{g_{xx} = f}$

$u_t = v_t + 0$

$v_{xx} = u_{xx} - g_{xx} = u_{xx} - f = u_t + f - f = u_t = v_t$

$\boxed{v_{xx} = v_t}$ etc.

övn. 6.6 Våg ekv.

övn 6.10 Laplace

övn. 6.11

Avsnitt 6.3 Dirichlet i Disk.

polära koordinater $z = re^{i\theta}$

$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0$ i Disken

$\Delta = r\partial_r(r\partial_r) + \partial^2_{\theta\theta}$

$u = R(r)\Theta(\theta)$ ekv övergår i

$\frac{1}{R} r(rR)' = \lambda$; $\frac{-\Theta''}{\Theta} = \lambda$ →

$$u(re^{i\theta}) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n r^{|n|} e^{in\theta}$$

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} g(t) e^{-int} dt$$

efter lite kalkyl kan man få fram

$$u(r,\theta) = \int_{\mathbb{T}} P_r(\theta - t) g(t) dt$$

$$P_r(\theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1-r^2}{1+r^2-2r\cos}$$

kallas poissonkärnan (är en positiv kärna)

6.4 Sturm-liouville

sidorna 155-156 : Att lösa ekv. (E)-(B)

sats 6.1 [egen~~värdena~~ -funktionerna {φ_n} bildar komplett syst.)

sats 6.2

övn. 6.18

6.5 Högre bedys

övningar 162-163 : [6.24, 6.27, 6.29]

7. F-transf

Egenskaper: Sats 7.1, 7.3, 7.4

inversionsatsen (ej bevis) viktigt att kunna förutsättningar

Att kunna använda Lemma 7.1 (ej bevis)

standard F-transformer i Beta

avancerade F-transf: förenklas alltid till stand.

Konvolution: regler $\mathcal{F}(f*g) = \hat{f}\cdot\hat{g}$ etc.

~~Övn.~~

övningar 7.11, a, b, c

~~7.14~~

~~Övn 7.14: f' exist. och $\hat{f} = \frac{1+i\omega}{1+\omega^6}$. Bestäm $f'(0)$~~

~~Lö. $\hat{f'}$ $\frac{d}{d\omega}\hat{f} = \hat{f}$~~

7.5 ex 7.7, 7.8,

övn. 7.19, 7.22

övn. 7.52, 7.53, 7.54

Distrib.

Def. av Distrib. (temp.)

Schwartz klassen

Given f: visa att får temp. distrib.

ex. $\ln|x|$

ex. i boken

principalvärdet $PV\left(\frac{1}{x}\right)$: dess derivata och andra derivata ...

övn. 8.3.

egenskaper 206 – 213

$x\delta = 0$ ska användas..

ex. $x\delta'' = ?$. $x\delta' =$

Allmänt $x^k \delta^{(n)} = ?$ då $k > n$

$k = n$

$k < n$

$x\delta'''(\varphi) = \ldots$

100

560

$k = n \rightarrow$ $x^k\delta^{(k)}(\varphi) = \delta^{(k)}(x^k\varphi) = (-1)^k \delta\left(\frac{d^k}{dx^k}(x^k\varphi)\right)$

$= (-1)^k \delta(k!\varphi + x\cdot(\ldots)) =$

$= \underbrace{(-1)^k k!\,\delta(\varphi)}_{x^k\delta^{(k)}} + 0$

8.5 Fourier transf.

definit.

övn. 8.13, 8.14

Att kunna använda ref i Beta

Faltning

~~övn. 8.32~~ Ex. 8.32

övn. 8.19

8.23

8.24

8.29

8.29 Bestäm en lösn i form av temp. distr. (1)

till $y'' + a^2 y = \delta$. visa att detta kan användas

för att lösa $y'' + a^2 y = f$ $\forall f$. $(a > 0\,?)$

Lös. $\widehat{y'' + a^2 y} = \hat{\delta} = 1$

$-\omega^2 \hat{y} + a^2 \hat{y} = 1$

$\Rightarrow \hat{y} = \frac{1}{a^2 - \omega^2} = \left(\frac{1}{a-\omega} + \frac{1}{a+\omega} \right) \frac{1}{2a}$

$= \frac{1}{2a} \left(\frac{1}{\omega + a} - \frac{1}{\omega - a} \right)$

$\frac{1}{a}$

låt $\hat{g} = \frac{1}{\omega}$: $\hat{g}_a(\omega) = \frac{1}{\omega - a}$; $\hat{g}_{-a}(\omega) = \frac{1}{\omega + a}$

om $\mathcal{F}(e^{iat} g(t))(\omega) = \hat{g}(\omega - a) = \hat{g}_a(\omega)$

$\mathcal{F}(e^{-iat} g)(\omega) = g(\omega + a)$

$\hat{g}(\omega) = \frac{1}{\omega} \to g = \frac{i}{2} \operatorname{sgn}(t)$

$\hat{g}(\omega - a) \to e^{iat} g(t) =$

$\hat{g}(\omega + a) \to e^{-ait} g(t)$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{1}{2a}\left[e^{-ait} \cdot \frac{i}{2}\, \mathrm{sgn}(t) - e^{+ait}\, \frac{i}{2}\, \mathrm{sgn}(t) \right] \; (?$$

$$= \frac{-1}{2a}\left(e^{ait} - e^{-ait} \right) \cdot \frac{i}{2}\, \mathrm{sgn}(t)$$

$$= \frac{-i}{2a}\, i \cdot \sin at \;\, \mathrm{sgn}(t) = \frac{\sin at}{2a}\, \mathrm{sgn}(t)$$

!

$$y' = \frac{\cos at}{2} \cdot \mathrm{sgn}(t) + \overbrace{\frac{\sin at}{2a} \cdot 2\delta}^{=0}$$

$$y'' = \underbrace{-a\,\frac{\sin at}{2}\, \mathrm{sgn}(t)}_{-a^2 y} + \underbrace{\frac{\cos at}{2}\, 2\delta}_{\delta} + \cancel{\frac{\cos at}{2a}\, 2\delta} + \cancel{\frac{\sin at}{2a} \cdot \delta'}$$

$$=$$

$$\left[\text{obs. } \langle \sin at\, \delta', \varphi \rangle = \int (\sin at\, \varphi)' \delta = \sin at\, \varphi' + \cos at\, \varphi \big|_0 = \ldots \right.$$

$$y'' + a^2 y = \delta$$

Låt $E = \dfrac{\sin at}{2a}\, \mathrm{sgn}(t)$

$y = E * f$ löser då ekv med f i högerled

$$y'' + a^2 y = f$$