Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

KTH-Matematik
SF1633, Differentialekvationer I, hösten 2009. Inlämningsuppgift 1.
Laplacetransformation , Fourierserier och partiella differentialekvationer.

Parametrarna a, b och c är de tre, från noll skilda, första siffrorna i personnumret hos den person som står överst.
Den inlämnade uppgiften skall bestå av detta försättsblad och lösningarna.
Parametervärden: $a =$, $b =$ och $c =$.

1. Bestäm den lösning till differentialekvationen
$y'' + a^2 y = U(t - b\frac{\pi}{2})\cos at$ som uppfyller villkoren $y(0) = a + b + c$ och $y'(0) = 2ab$.
$U(t)$ är Heavisides stegfunktion. Bestäm även $y(b\pi)$.

2. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + b^2 y = b\delta(t - b\pi)$
som uppfyller villkoren $y(0) = a^2 + b$ och $y'(0) = b(a + b)$.
Beräkna även y för $t = b\pi + \pi/2$. $\delta(t)$ är Diracs deltafunktion.

3. Bestäm $f(t)$ då $f(t) = 2a\int_0^t \cos au \; f(t-u)\,du + b\sin at,\ t \geq 0$.
Vidare skall villkoret $f(0) = 0$ vara uppfyllt.

4. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen
$$\frac{\partial u}{\partial x} - (a+c)\frac{\partial u}{\partial y} = bcu$$
som uppfyller villkoren $u(x,0) = (ab + c)e^{2x} + (a + b + c)e^{-4x}$.

5. Betrakta funktionen given av
$$h(x) = \begin{cases} c + \dfrac{x}{a}, & 0 < x < b \\ -c + \dfrac{x}{a}, & -b < x < 0 \end{cases}.$$
Vidare gäller att $h(x + 2b) = h(x)$. Skissera kurvan över några perioder.
Bestäm Fourierserien hörande till funktionen h.
Bestäm vidare Fourierseriens summa för $x = \frac{3b}{2}$ och $x = 5b$.

6. Bestäm först produktlösningarna till den partiella differentialekvationen
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 b^2 c^2 \frac{\partial u}{\partial t}$$
Bestäm de lösningar som även uppfyller randvillkoren $u_x'(0,t) = u_x'(\pi,t) = 0$.
Bestäm därefter den lösning som även uppfyller begynnelsevillkoret
a) $u(x,0) = (a+b)\cos(abcx) + (b+c)\cos(3abcx)$, $0 < x < \pi$.
b) $u(x,0) = g(x) = c + \frac{x}{a}$, $0 < x < \pi$.