

Institutionen för Matematik  
KTH  
Kirsti Mattila

**B**

**Kontrollskrivning 1, Differentialekvationer I  
(SF1633) för Industriell ekonomi**

Måndagen den 12 april 2010, kl 8.30-9.30.

**Hjälpmedel.** Det är tillåtet att ha formelsamlingen BETA, Mathematics handbook med i kontrollskrivningen. Inga andra hjälpmedel.

KS1 motsvarar Uppgift 1 i tentamen för SF1633. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 5-7 poäng ger godkänt. 8-9 poäng ger också en poäng till del 2 i tentamen.

1. a) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y' - 5y^3 = 0 \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

b) Ange det största intervallet där lösningen är definierad.

2. Lös differentialekvationen

$$y' = \frac{2y}{x} - x^2y^2.$$

3. Fiskbeståndet av vissa fiskarter i en sjö har beräknats till 7 miljoner ton. Utan fiske skulle beståndet öka med en ändringshastighet som är proportionell till mängden av fisk vid den aktuella tidpunkten. Proportionalitetskonstanten är 2.

a) Skriv upp en differentialekvation för fiskbeståndet  $F(t)$  när man årligen tar upp en konstant mängd  $h$  ton fisk ur sjön.

b) Om  $h = 15$  miljoner ton, kommer fiskarterna att dö ut. Hur snart händer detta?

c) Hur stor kan konstanten  $h$  maximalt vara för att fiskbeståndet inte skall minska?