

Institutionen för Matematik
KTH
Kirsti Mattila

B

Kontrollskrivning 2, Differentialekvationer I
(SF1633) för Industriell ekonomi
Måndagen den 26 april 2010, kl 8.30-9.30.

Hjälpmedel. Det är tillåtet att ha formelsamlingen BETA, Mathematics handbook med i kontrollskrivningen. Inga andra hjälpmedel.

KS2 motsvarar Uppgift 2 i tentamen för SF1633. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 5-7 poäng ger godkänt. 8-9 poäng ger också en poäng till del 2 i tentamen.

Obs! Lösningarna skall vara reella.

1. En lösning till differentialekvationen

$$tx'' - (t + 1)x' + x = 0$$

är $x = e^t$. Bestäm den allmänna lösningen till ekvationen.

2. Lös följande begynnelsevärdesproblem

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \\ x(0) = 1, \quad y(0) = -5.$$

3. Origo är en kritisk punkt till systemet

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a - 4 \\ a + 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

där a är en reell konstant, $a \neq \pm 3$. Ange den kritiska punktens karaktär (nod, degenererad nod, sadelpunkt, spiralpunkt eller center) och om den är stabil eller instabil.