Institutionen för Matematik
KTH
Kirsti Mattila
A

Kontrollskrivning 3, Differentialekvationer I (SF1633) för Industriell ekonomi
Tisdagen den 18 maj 2010, kl 13.15-14.15.

Hjälpmedel. Det är tillåtet att ha formelsamlingen BETA, Mathematics handbook med i kontrollskrivningen. Inga andra hjälpmedel.

KS3 motsvarar Uppgift 3 i tentamen för SF1633. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 5 poäng ger godkänt.

1. a) Bestäm Laplacetransformen av funktionen $f(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < 3 \\ 0 & t \geq 3. \end{cases}$

b) Bestäm på integralform en funktion som har Laplacetransformen

$$F(s) = \frac{s\,G(s)}{s^2 + 2s + 3}$$

där $G(s)$ är Laplacetransformen av en funktion $g(t)$.

2. Finn lösningar $u(x, y)$ till ekvationen $y^2\, u_x - x^2\, u_y = 0$ genom att separera variablerna.

3. Värmeledningsekvationen $u_t = u_{xx}$, $0 \leq x \leq \pi$, $t > 0$ med randvillkoren $u(0, t) = 0$, $u(\pi, t) = 0$, $t > 0$ har lösningen

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-n^2 t} \sin nx.$$

(Detta behöver inte bevisas). Bestäm koefficienterna c_n, $n = 1, 2, ...$ så att lösningen också uppfyller begynnelsevillkoret

$$u(x, 0) = 1 \text{ för } 0 < x < \pi.$$

Bestäm sedan minst två termer (som $\neq 0$) ur serien för $u(x, t)$.
(Beteckningar: Om $u = u(x, t)$, $u_x = \frac{\partial u}{\partial x}$, $u_t = \frac{\partial u}{\partial t}$ och $u_{xx} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$).