Inlämningsuppgift i SF1633, ht 2009.

Efternamn	Förnamn	Personnummer	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Betyg

Den inlämnade lösningen skall bestå av detta försättsblad och lösningarna.

Parametrarna a, b och c i uppgifterna nedan är de tre första nollskilda siffrorna i personnumret hos den person som står överst,

Parametervärden: $a =$, $b =$ och $c =$.

För godkänt krävs att man löst ALLA sex uppgifterna korrekt (bortsett från triviala räknefel).

1. Bestäm lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + a^2\, y = U\big(t - b\,\frac{\pi}{2}\big)\, \cos at, \\ y(0) = a + b + c, \\ y'(0) = 2ab, \end{cases}$$

samt beräkna $y(b\pi)$. $U(t)$ betecknar Heavisides stegfunktion ($= \theta(t)$ i BETA).

2. Bestäm lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + b^2\, y = b\, \delta(t - b\,\pi), \\ y(0) = a^2 + b, \\ y'(0) = b(a + b), \end{cases}$$

samt beräkna $y(b\,\pi + \pi/2)$. $\delta(t)$ är Diracs deltafunktion.

3. Bestäm den funktion $f(t)$ som uppfyller

$$f(t) = 2a \int_0^t \cos(au) \cdot f(t-u)\, du + b \sin(at) \qquad \text{då} \quad t \geq 0.$$

Observera att $f(0) = 0$.

4. Bestäm den lösning $u(x, y)$ till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial u}{\partial x} - (a + c)\, \frac{\partial u}{\partial y} = bc\, u$$

som uppfyller villkoret $u(x, 0) = (ab + c)\, e^{2x} + (a + b + c)\, e^{-4x}$.

5. Funktionen $h(x)$ är $2b$-periodisk $-$ det vill säga uppfyller $h(x + 2b) = h(x)$ för alla x $-$ och är lika med

$$\begin{cases} -c + x/a, & \text{då} \quad -b < x < 0, \\ c + x/a, & \text{då} \quad 0 < x < b, \end{cases}$$

på intervallet $(-b, b)$. Skissera h:s graf över några perioder, beräkna h:s Fourierserie, samt bestäm Fourierseriens summa för $x = 3b/2$ och $x = 5b$.

6. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} \text{PDE} & \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 b^2 c^2\, \dfrac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < \pi,\ t > 0, \\ \text{RV} & \dfrac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \dfrac{\partial u}{\partial x}(\pi, t) = 0, \quad t > 0, \\ \text{BV} & u(x, 0) = \text{ given funktion}, \quad 0 < x < \pi, \end{cases}$$

i fallen

(a) $u(x, 0) = (a + b)\cos(abcx) + (b + c)\cos(3abcx), \quad 0 < x < \pi$,

(b) $u(x, 0) = c + x/a, \quad 0 < x < \pi$.

Lycka till!
Olle.