

KTH Matematik  
Olle Stormark

## SF1633 Differentialekvationer I, 6 poäng, för M2 ht 2009.

Detta är en inledande kurs i *teorin för differentialekvationer*.

### **Kursmål enligt Studiehandboken:**

Efter genomgången kurs SKALL studenterna kunna

- beräkna lösningar till linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter och även system av sådana, samt kunna lösa separabla differentialekvationer och linjära differentialekvationer av första ordningen;
- redogöra för den grundläggande teorin för linjära differentialekvationer;
- med hjälp av geometriska metoder förstå det kvalitativa uppförandet för lösningar till ordinära differentialekvationer och system av sådana, samt med hjälp av linjarisering avgöra huruvida konstanta lösningar är stabila;
- beräkna och använda Laplacetransformer för att lösa linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter och *elaka högerled*;
- använda Laplacetransformer för att lösa integralekvationer av faltnings-typ;
- beräkna Fourierserier av periodiska funktioner;
- lösa randvärdesproblem för linjära partiella differentialekvationer med hjälp av variabelseparation och egenfunktionsutvecklingar;
- tillämpa kunskaperna från denna kurs för att lösa modelleringsproblem.

## Allmän kursbeskrivning

Differentialekvationer (såväl ordinära som partiella) spelar en fundamental roll inom naturvetenskap och teknik – men tyvärr är den allmänna teorin rätt avancerad. I den här inledande kursen kommer vi därför att inskränka oss till att studera vissa enkla typer av differentialekvationer som i stort sett kan lösas med hjälp av diverse receptmetoder. Men observera att åtskilliga tillämpningar kräver mera!

Vi kommer till stor del att syssla med *linjära* differentialekvationer samt system av sådana. Allra enklast är *linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter*, för lösningen av sådana kan i stor utstäckning reduceras till *linjär algebra*. För icke-linjära system av differentialekvationer skall vi se hur man kan använda resultat om approximerande linjära system för att dra kvalitativa slutsatser om stabilitet med mera.

Dessutom studerar vi några klassiska *partiella differentialekvationer*: värmeledningsekvationen, vågekvationen och Laplaces ekvation.

## Förkunskaper

Linjär algebra samt analys i en och flera variabler.

## Kurslitteratur

- Zill–Cullen: *DIFFERENTIAL EQUATIONS with Boundary-Value Problems*, seventh edition, BROOKS/COLE. Denna kallas för ZC i fortsättningen.

I vår kurs ingår kapitlen **1-4**, **7**, **8**, samt **10-12**, *utom* följande avsnitt: **2.4**, **2.6**, **4.3-5**, **4.7-9**, **8.4**, **10.4**, **11.4-5** och **12.6-8**.

- Råde–Westergren: *BETA, Mathematics Handbook for Science and Engineering*. Vi kommer mest att använda kapitlen 9, 12 och 13. BETA är tillåtet hjälpmedel vid kontrollskrivningar och tentamen.

Dessa böcker finns att köpa på Studentkårens bokhandel.

**Undervisningen** är främst avsedd för de teknologer som föredrar muntlig framställning framför att läsa in kursen på egen hand. Jämfört med boken blir undervisningen mera informell (med figurer och handviftningar istället för vissa rigorösa bevis) och erbjuder framförallt möjlighet att *ställa frågor*.

På föreläsningarna varvas teori och illustrerande problemgenomgångar, medan övningarna enbart ägnas åt problemlösning.

## Lärare

- **Föreläsare** är Olle Stormark (olles@math.kth.se), telefon 790 7206, rum 3653 i Klocktornet, Lindstedtsvägen 25.
- **Övningsledare:**
  - Grupp 1** Joel Andersson, joelan@math.kth.se
  - Grupp 2** Bengt Lärka, bengan@kth.se
  - Grupp 3** Anders Edquist, edquist@math.kth.se
  - Grupp 4** Daniel Schnellmann, dansch@math.kth.se
- **Examinatorn** Hans Tranberg undervisar programmen CBIOT2 och CKEMV2; titta också på hans hemsida!!

**Kurssekreterare:** Ulla Gällstedt (ulla@math.kth.se), telefon 790 7214, rum 3522, Lindstedtsvägen 25. Ulla har hand om registrering, inrapportering av betyg, samt anmälan till tentamen om ”Mina sidor” inte fungerar. Var god observera att om det uppstår problem med kursregistrering och/eller tentamensanmälan så ska du vända dig till Ulla – och inte till Olle.

**OBSERVERA: Föranmälan** i god tid krävs till varje tentamen. För detaljer, se ”Mina sidor”.

**Kursen är indelad i tre moduler.** På de två första ges kontrollskrivningar; godkända resultat på dessa betyder att man klarat motsvarande moduler och därmed får godkänt på de två första talen i del 1 av ordinarie tentan och första omtentan. Till den tredje hör en inlämningsuppgift som ska redovisas skriftligt och muntligt i grupper om tre deltagare; godkänd inlämningsuppgift innebär att man är godkänd på modul 3 och därmed har klarat tentatal 3 (på ordinarie tentan och första omtentan).

Modulerna omfattar följande:

**Modul 1, KS1:** Introduktion till differentialekvationer.

Första ordningens differentialekvationer.

Modellering med första ordningens differentialekvationer.

KS 1 ges måndagen den 14:e september klockan 9.00–10.00.

**Modul 2, KS2:** Differentialekvationer av högre ordning.

System av linjära första ordningens differentialekvationer.

Plana autonoma system och stabilitet.

KS 2 ges måndagen den 28:e september klockan 9.00–10.00.

**Modul 3, INL1:** Laplacetransformen.

Partiella differentialekvationer och randvärdesproblem.

Ortogonala funktioner och Fourierserier.

Inlämningsuppgiften ska redovisas under vecka 42 såväl skriftligt som muntligt för Olle i grupper om tre deltagare.

**Varje kontrollskrivning** består av 3 trepoängsuppgifter. Minst 5 poäng ger godkänt på motsvarande modul. 8–9 poäng ger 1 bonuspoäng till högre betyg.

För KS-salar: se hemsidan!

Om alla tre modulerna är godkända erhålles betyget E utan tentamen.

**Ordinarie tentamen:** Torsdagen den 22:e oktober, klockan 8.00–13.00.

Tentan är tvådelad.

Del 1 är avsedd för betyget E och omfattar 3 uppgifter motsvarande de tre modulerna. För betyget E krävs godkänt på alla tre modulerna.

Del 2 är avsedd för de högre betygen A, B, C, D, och omfattar totalt 20 poäng.

För betyget A krävs förutom 3 godkända moduler även 15 poäng på del 2.

För betyget B krävs förutom 3 godkända moduler även 11 poäng på del 2.

För betyget C krävs förutom 3 godkända moduler även 7 poäng på del 2.

För betyget D krävs förutom 3 godkända moduler även 3 poäng på del 2.

Gamla teknologer som läser 5B1206 erhåller betyg enligt nedan.

Del 1 omfattar 3 uppgifter svarande mot de olika modulerna och är avsedd för betyget 3. För att få en 3:a krävs godkänt på alla tre modulerna.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5, och omfattar totalt 20 poäng.

För betyget 4 krävs förutom 3 godkända moduler även 8 poäng på del 2.

För betyget 5 krävs förutom 3 godkända moduler även 14 poäng på del 2.

*De godkända modulerna får tillgodoräknas som godkända uppgifter i del 1 på tentan vid den ordinarie tentamensskrivningen och vid omtentan i julperioden i januari 2010.*

**Komplettering** Den som blivit underkänd på ordinarie tentan eller på omtentan, men erhållit 2 godkända moduler, har möjlighet att komplettera till betyget E genom ett skriftligt prov. Kompletteringen till ordinarie tentan ges måndagen den 16:e november, klockan 9.00–10.00.

**Klagomål på rättningen** görs skriftligt på blanketter som tillhandahålles av matematikinstitutionens studentexpedition.

Huvudskälen till att *somliga* tentander underkänns är följande:

- kan inte envariabeln,
- kan inte läsa innantill i BETA.

## KURSPLANERING

Avsnittet **n** i kapitel **m** i läroboken ZC betecknas med **m.n** nedan. De tal som inte hinns med i undervisningen utgör hemläxa.

### MODUL 1

**Föreläsning 1, fre 28/8, 8–10 i M2.** Kursbeskrivning och inledning till ordinära differentialekvationer, **1.1–1.3**. Tal: **1.1:** 4, 6, 41, 57; **1.2:** 16, 18, 30; **1.3:** 10, 17.

**Föreläsning 2, tis 1/9, 13–15 i FR4.** Första ordningens differentialekvationer: Kvalitativ analys och separabla differentialekvationer, **2.1, 2.2**. Tal: **2.1:** 7, 19, 21, 38; **2.2:** 19, 24.

**Övning 1, ons 2/9, 13–15.** **1.1:** 3, 5, 21, 39, 58; **1.2:** 15, 21, 43, 45; **1.3:** 3, 5, 11, 31; **2.1:** 25, 33, 35, 39; **2.2:** 17, 39, 47.

**Föreläsning 3, tor 3/9, 15–17 i F1.** Linjära differentialekvationer av första ordningen och Bernoulliekvationer, **2.3, 2.5**. Tal: **2.3:** 6, 10, 31; **2.5:** 6, 16.

**Föreläsning 4, fre 4/9, 10–12 i M2.** Modellering med första ordningens differentialekvationer, **3.1–3.3**. Tal: **3.1:** 4, 14, 21; **3.2:** 3; **3.3:** 7, 8.

**Övning 2, mån 7/9, 13–15.** **2.3:** 5, 17, 33, 43, 46; **2.5:** 5, 19; **3.1:** 5, 13, 23, 25, 35, 42; **3.2:** 5, 9; **3.3:** 5, 15.

### MODUL 2

**Föreläsning 5, mån 7/9, 15–17 i M2.** Linjära differentialekvationer av högre ordning samt reduktion av ordningen, **4.1, 4.2**. Tal: **4.1:** 10, 13, 18, 20, 24, 29; **4.2:** 11, 20.

**Föreläsning 6, ons 9/9, 13–15 i M2.** Hur man hittar en partikulärlösning genom att variera konstanterna i den homogena lösningen, **4.6**. Tal: 14, 24.

**Övning 3, tor 10/9 13–15.** **4.1:** 7, 17, 23, 35, 38, 40; **4.2:** 9, 19; **4.6:** 1, 11, 23.

**Föreläsning 7, fre 11/9, 10–12 i FR4.** Lösning av homogena linjära system med egenvektorsmetoden, **8.1, 8.2**. Tal: **8.1:** 6, 12, 18; **8.2:** 2, 10, 20, 36, 44.

**KS1 mån 14/9, 9.00–10.00 på modul 1.**

**Föreläsning 8, mån 14/9, 13–15 i D2.** Inhomogena system, **8.3**. Tal: 23, 20, 32.

**Övning 4, tis 15/9, 10–12.** **8.1:** 5, 13, 17, 25; **8.2:** 5, 7, 21, 35, 37, 47; **8.3:** 15, 21, 31.

**Föreläsning 9, ons 16/9, 13–15 i D2.** Plana autonoma system och stabilitet, **10.1, 10.2**. Tal: **10.1:** 6, 16, 18, 24; **10.2:** 4, 6, 11, 18.

**Föreläsning 10, fre 18/9, 10–12 i M2.** Linjarisering och lokal stabilitet, **10.3**. Tal: 2, 3, 14, 18, 30, 33.

**Övning 5, mån 21/9, 10–12.** **10.1:** 5, 15, 19, 25; **10.2:** 1, 7, 13, 19; **10.3:** 1, 7, 13, 17, 25, 31.

## MODUL 3

**Föreläsning 11, mån 21/9, 13–15 i FR4.** Laplacetransformen och dess invers, **7.1, 7.2**. Tal: **7.1:** 4, 32, 36; **7.2:** 8, 16, 30, 34, 36, 42.

**Föreläsning 12, ons 23/9, 10–12 i FR4.** Laplacetransformerna av translaterade funktioner, derivator, faltningar och periodiska funktioner, **7.3, 7.4**. Tal: **7.3:** 8, 16, 30, 40, 42, 58; **7.4:** 6, 20, 26, 38, 54.

**Övning 6, ons 23/9, 13–15.** **7.1:** 3, 15, 37, 46; **7.2:** 5, 15, 27, 33, 37, 39; **7.3:** 3, 15, 27, 39, 49–54, 57, 69; **7.4:** 7, 21, 25, 29, 39, 53.

**Föreläsning 13, fre 25/9, 10–12 i M2.** Deltafunktionen och lösning av linjära differentialekvationssystem med hjälp av Laplacetransformen, **7.5, 7.6.** Tal: **7.5:** 6, 12; **7.6:** 6, 12.

**KS2 mån 28/9, 9.00–10.00 på modul 2.**

**Föreläsning 14, tis 29/9, 10–12 i D2.** Ortogonala funktioner och Fourierserier, **11.1, 11.2.** Tal: **11.1:** 9, 12; **11.2:** 7+19, 9+20.

**Övning 7, ons 30/9, 13–15.** **7.5:** 5, 11; **7.6:** 1, 7; **11.1:** 11, 21; **11.2:** 5+17, 15.

**Föreläsning 15, tor 1/10, 8–10 i M2.** Cosinus- och sinusserier samt separabla linjära partiella differentialekvationer, **11.3, 12.1.** Tal: **11.3:** 14, 28, 42; **12.1:** 1, 11, 16.

**Föreläsning 16, fre 2/10, 10–12 i D2.** Randvärdesproblem i allmänhet och värmeledningsekvationen i synnerhet, **12.2, 12.3.** Tal: **12.2:** 2, 6; **12.3:** 3, 4.

**Övning 8, mån 5/10, 10–12.** **11.3:** 23, 27, 41; **12.1:** 3, 7, 13, 28; **12.2:** 3, 7, 9; **12.3:** 1, 5.

**Föreläsning 17, ons 7/10, 13–15 i Q1.** Vågekvationen, **12.4.** Tal: 1, 9.

**Föreläsning 18, fre 9/10, 8–10 i D2.** Laplaces ekvation, **12.5.** Tal: 12.

**Övning 9, fre 9/10, 10–12.** **12.4:** 7, 4, 17; **12.5:** 11.

**Redovisning av inlämningsuppgiften** hörande till modul 3 under **vecka 42.**

**Föreläsning 19, mån 12/10, 8–10 i M2.** Kurssammanfattning, repetition.

**Föreläsning 20, ons 14/10, 8–10 i M1.** Genomgång av en gammal tentamen.

**Övning 10, tor 15/10, 10–12.** Lämpliga repetitionsuppgifter: **1.2:** 22, **2.1:** 28, **2.2:** 8; **2.3:** 12; **2.5:** 9, 18; **3.1:** 17; **4.1:** 28; **4.2:** 14; **4.6:** 16; **7.2:** 18, 40; **7.3:** 22, 56; **7.4:** 10, 30, 44; **7.5:** 8; **8.1:** 20; **8.3:** 18; **10.1:** 2; **10.3:** 16, 28.