

**Extrauppgifter, del I  
(repetition inför KS)**

- (1) Faktorisera polynomet  $p(x) = x^3 - 7x + 6$  i faktorer av grad 1.
- (2) Lös ekvationen  $\frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{\sqrt{x-1}} = x - 2$ .
- (3) Är  $\{x \in \mathbb{R}; 0 < |2x - 1| \leq 2\}$  ett intervall?
- (4) Vid tillverkning av en viss järnstång är kravet att stångens längd  $L$  vid rumstemperatur ska uppfylla  $|1,97 - L| \leq 0,05$ . Vilka värden på  $L$  duger?
- (5) För vilka reella tal  $x$  gäller olikheten  $0 < |x - 1| < 3$ ?
- (6) Finn alla reella tal  $x$  som uppfyller att  $|2x - 1| + |x + 3| = 5$ .
- (7) Lös olikheten  $\frac{2x-8}{x+2} > \frac{x-5}{x+1}$ .
- (8) Lös ekvationen  $|\frac{2x+1}{x+2}| = 1$ .
- (9) Finn alla  $x$  som uppfyller olikheten  $|\frac{2x+1}{3x-5}| \geq 1$ .
- (10) Påstående: För alla reella tal  $x$  gäller att  $x(x - 2) \leq -1$ . Är påståendet sant eller falskt? Ge bevis eller motexempel!
- (11) Påstående: För alla positiva reella tal  $x$  och  $y$  gäller olikheten  $\frac{x}{2y} + \frac{y}{2x} \geq 2$ . Är påståendet sant eller falskt? Ge bevis eller motexempel!
- (12) Bestäm en ekvation för den linje genom  $(1, -3)$  som är vinkelrät mot linjen med ekvation  $3x - 4y + 5 = 0$ .
- (13) Avgör om det är sant att  $x^2 + 3x + 1 > 0$  medför  $x + 1 > 5$ .
- (14) Lös olikheten  $x^4 - 2x < x^2 - 2$ .
- (15) Lös för alla värden på den reella konstanten  $a$  ekvationen  $x + a = ax - 1$ .
- (16) Utför polynomdivisionen  $\frac{x^3+3x^2-45x-175}{x-7}$ . Kan man använda svaret för att faktorisera täljaren? Hur?
- (17) Ett andragradspolynom som har nollställena  $a$  och  $b$  kan skrivas  $(x - a)(x - b)$ . Skriv detta polynom på standardform och uttryck näst högsta koefficienten (den framför  $x$ ) och konstanta termen med hjälp av  $a$  och  $b$ . Hur blir det för tredjegradspolynom?
- (18) Konstruera ett andragradspolynom som har  $x = 3$  och  $x = -4$  som nollställen. Skriv polynomet på standardform och jämför med svaret på förra uppgiften.
- (19) Beräkna summan  $\sum_{k=1}^8 \frac{1}{2^k}$ .
- (20) Beräkna summan  $\sum_{k=1}^8 2^k$ .
- (21) Beräkna summan  $\sum_{j=2}^{64} (k + 2j)$ .
- (22) Vi har ett polynom  $p(x) = (2x + \frac{1}{2})^7$ . Vad är koefficienten framför  $x^2$ ?
- (23) Bestäm konstanta termen (den som inte innehåller  $x$ ) i utvecklingen av  $(2x^3 - \frac{1}{3x^2})^5$ .
- (24) Vilka av nedanstående påståenden är sanna?
  - (a)  $\ln e^{\ln 3} = 3$ ;
  - (b)  $\ln e^{\sin^2 x} + \ln e^{\cos^2 x} = 1$  för alla reella tal  $x$ ;
  - (c)  $e^{2^x} = (e^x)^2$  för alla tal  $x$ ;

- (d)  $\ln ab - \ln b = \ln a$  för alla positiva reella tal  $a, b$ ;  
(e)  $\ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{a} = 0$  för alla positiva reella tal  $a, b$ .
- (25) Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $\ln x + \ln(x + 1) = \ln(x + 2)$ .
- (26) Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $e^x + e^{x/2} = 1$ .
- (27) Förenkla så långt som möjligt uttrycket  $\frac{(2^{1/6})^2(\sqrt{8})^3}{2^{1/4}\sqrt{32}}$ .
- (28) För vilka reella tal  $a, b$  är det sant att  $a^{\ln b} = b^{\ln a}$ ?