KTH Matematik
Maria Saprykina

Tentamen i SF1643, Tal och funktioner 22 aug. 2012, 14:00-19:00

Inga hjälpmedel tillåtna. Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera. Fullständiga lösningar krävs för full poäng. Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.
För högre betyg krävs att man samlar en del poäng på uppgifterna 7-9, s. k. VG-poäng. Preliminära betygsgränser: A: 31 poäng varav minst 8 VG-poäng, B: 26 poäng varav minst 5 VG-poäng, C: 21 poäng varav minst 2 VG- poäng, D: 17 poäng, E: 15 poäng, Fx: 14 poäng.
Det finns möjlighet att komplettera betyget Fx inom 4 veckor. Kontakta i så fall examinator (masha@kth.se).

G-uppgifter

1. För vilka x gäller olikheten $|3-2x| < \dfrac{1}{2}$?

2. Lös ekvationerna:

   a). $\sqrt{x^2-10} = \sqrt{2-x}$;

   b). $4\sin 2x \cos 2x - \sin^2 2x = \cos^2 2x$.

3. Lös ekvationen $2e^{3+x} + 3e^{2+x} = 4e + 6$.

4. Lös ekvationen $\ln x + 2\ln(x+1) = \ln(2x+2)$.

5. Bestäm samtliga reella tal x som uppfyller olikheten $\dfrac{2+2x}{1-x^2} \leq 1$.

6. Om $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, vilka värden kan då $\cos x$ anta?

VG-uppgifter

7 Låt $z = 2+i$. Beräkna med hjälp av binomialsatsen z^5, dvs $(2+i)^5$.

8. Bestäm samtliga komplexa rötter till ekvationen $z^3 = 8i$. Ange rötterna på formen $z = a+ib$.

9. Visa med hjälp av induktion att talet $(8^n - 1)$ är delbart med 7 för alla heltal $n \geq 1$.