

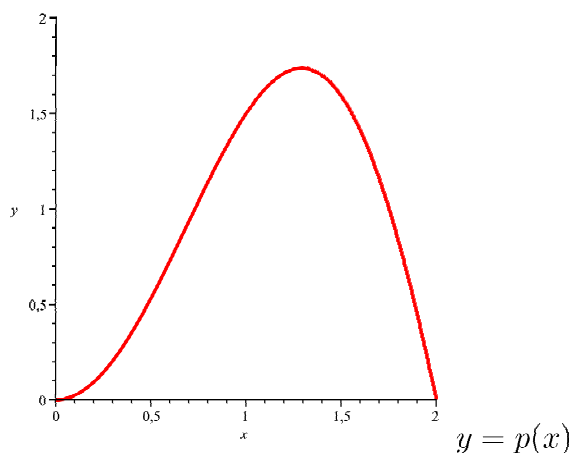
Modell-Tentamen 3 i SF1625 Envariabelanalys

Uppgifterna poängsätts med 4 poäng vardera. Uppgifterna 1 - 3 svarar mot kontinuerliga examinationsmoment i kursen, på det sätt som framgår av kurs-PM. Den som är godkänd på ett sådant moment har automatiskt 3-4 poäng på motsvarande uppgift, som då inte behöver lösas. För högre betyg krävs att man samlar en del poäng på uppgifterna 7-10, s k VG-poäng. Betygsgränser: A: 31 poäng varav minst 11 VG-poäng, B: 26 poäng varav minst 7 VG-poäng, C: 21 poäng varav minst 3 VG-poäng, D: 18 poäng, E: 16 poäng, FX: 14 poäng.

Tydliga och väl motiverade lösningar krävs. Inga hjälpmedel. Lycka till!

1. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = 2 \arctan x - \ln(1 + x^2)$.
2. Beräkna med partiell integration integralen $\int_1^2 x^4 \ln x \, dx$.
3. Tolka gränsvärdet $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n-k}{n^2}$ som en integral och beräkna det genom att beräkna integralen.
4. Låt $f(x) = \ln |\sin x|$. Beräkna $f'''(x)$.
5. Kurvorna $y = x^2 + ax + b$ och $y = cx - x^3$ har gemensam tangentlinje i punkten $(1, 0)$. Bestäm a , b och c .
6. Hur många reella lösningar har ekvationen $x^3 + x^2 + x - 2 = 0$? Hitta ett intervall av längd $1/4$ som innehåller en lösning.

7. Här nedan ser du grafen $y = f(x)$ till en funktion f . Gör med ledning av detta en (grov) skiss av kurvan $y = g(x)$, där $g(x) = \int_0^x f(t) dt$.



8. A. Utgå från produktregeln för derivator och förklara hur och varför partiell integration fungerar. Ge också ett exempel.
B. Utgå från kedjeregeln för derivator och förklara hur och varför variabelsubstitution i integraler fungerar. Ge också ett exempel.
9. A. Definiera vad som menas med derivatan av en funktion $f(x)$ i en punkt x_0 .
B. Använd derivatans definition för att bestämma $f'(x)$ då $f(x) = \sqrt{x+4}$.
Trixtips: förläng med konjugatet.
10. Betrakta differentialekvationen $x'(t) = -t + (x(t))^2$ med begynnelsevärdet $x(0) = 1$. Det finns inget enkelt sätt att lösa differentialekvationen analytiskt, men vi kan approximera lösningen genom Taylorutveckling.
A. Använd differentialekvationen för att bestämma $x'(0)$.
B. Bestäm Taylorpolynomet av grad 3 i origo till $x'(t)$.