Extra DER-uppgifter.

1. Bestäm förstaderivatorna av följande funktioner:

a.
$$f_a(x) = \ln(\sqrt{1 + \tan^2 x})$$

b.
$$f_b(x) = x^{e^{x^2}}$$

c.
$$f_c(x) = \cos(\sqrt{e^x + e^{-x}})$$

d.
$$f_d(x) = \frac{4x^2 + 1}{\arctan 2x}$$

e.
$$f_e(x) = \ln(2\ln(3\ln(4x)))$$

Svar 1.:

a.
$$\tan x$$
, b. $x^{e^{x^2}}e^{x^2}(1/x + 2x \ln x)$,

c.
$$-\sin(\sqrt{e^x + e^{-x}}) \frac{e^x - e^{-x}}{2\sqrt{e^x + e^{-x}}}$$
, d. $\frac{8x \arctan 2x - 2}{\arctan^2 2x}$,

e.
$$\frac{1}{\ln(3\ln(4x))} \frac{1}{\ln(4x)} \frac{1}{x}$$

2. Bestäm y' för de funktioner y(x) som definieras implicit av följande ekvationer:

a.
$$y^4 = x$$

b.
$$y^3 + y + x = 0$$

c.
$$y^3 + xy^2 - x^2 = 0$$

d. Bestäm y'(1) och y''(1) för den funktion y(x) som definieras implicit av ekvationen

$$x^2 + 2xy + 3y^2 + x + 2y = 9$$
 och av att $y(1) = 1$.

e. Bestäm y'(0) och y''(0) för den funktion y(x) som definieras implicit av ekvationen

$$xy^2+2x^2y+y=2 \text{ och av att } y(0)=2.$$

Svar 2:

a.
$$y' = \frac{1}{4y^3}$$
, b. $y' = -\frac{1}{3y^2 + 1}$. c. $y' = \frac{2x - y^2}{2xy + 3y^2}$.

d.
$$y'(1) = -1/2$$
, $y''(1) = -3/20$. e. $y'(0) = -4$, $y''(0) = 24$.