Några extra uppgifter, vecka 41

(1) Vilka av följande delmängder utgör ett delrum? Motivera svaret!
  (a) $W = \{\text{övertriangulära matriser}\} \subset M_{n\times n}(\mathbb{R})$.
  (b) $W = \{(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n, a_1 + \ldots + a_n = 0\} \subset \mathbb{R}^n$.
  (c) $W = \{(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n, a_1 + \ldots + a_n = 5\} \subset \mathbb{R}^n$.
  (d) $W = \{f \in C(\mathbb{R}), f(-x) = f(x) \text{ för alla } x \in \mathbb{R}\}$. $C(\mathbb{R}^n)$ betecknar vektorummet av all funktioner från $\mathbb{R}$ till $\mathbb{R}$.

(2) Visa att $\{(2, -3, 5), (1, 0, -2), (0, 2, -1)\}$ utgör en bas till $\mathbb{R}^3$ och att $\{x^2 + 3x - 2, 2x^2 + 5x - 3, -x^2 - 4x + 4\}$ utgör en bas till $P_2(\mathbb{R})$.

(3) Bestäm baser till $C(A), R(A), N(A)$ för matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Ange också matrisens rang.

(4) Betrakta finktionen $T : P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$ definierad som $T(p(t)) = (p(0), p(1), p(2))$. Visa att T är en linjär avbildning och bestm den associerad matris $[T]$ (med avseende till de standard-baser).