

NÅGRA EXTRA UPPGIFTER, VECKA 43

- (1) Betrakta följande funktion:  $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$  definierad som  $T(f(t)) = f'(t)$  (derivatan).
- Visa att  $T$  är en linjär avbildning.
  - Bestäm  $\text{Ker}(T)$ .
  - Är  $T$  surjektiv? Är  $T$  bijektiv? Är  $T$  en isomorfi?
- (2) Låt  $B = \{2x^2 - x, 3x^2 + 1, x^2\} \subset P_2(\mathbb{R})$ .
- Visa att  $B$  är en bas till  $P_2(\mathbb{R})$ .
  - Låt  $S_k = \{1, x, \dots, x^k\}$  vara standardbasen till  $P_k(\mathbb{R})$ . Bestäm basbytematris  $[id]_{S_2 \rightarrow B}$ .
  - Låt  $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$  definierad som  $T(f(t)) = f'(t)$  (som tidigare), bestäm  $[T]_{S_3 \rightarrow S_2}$  och  $[T]_{S_3 \rightarrow B}$ .
- (3) Betrakta följande funktion:  $T : M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  definierad som
- $$T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & a \\ c & c+d \end{pmatrix}$$
- Visa att  $T$  är en linjär avbildning.
  - Visa att  $T$  är inverterbar
  - Bestäm inversen.