1. För en linjär avbildning $A : R^3 \to R^3$ gäller att $A(1,0,0) = (1,2,1)$, $A(0,1,0) = (2,-1,2)$ och $A(0,0,1) = (1,1,1)$.

   (a) Bestäm $A(2,1,0)$.

   (b) Bestäm A:s nollrum.

   (c) Bestäm A:s bildrum.

   (d) Givet basen $\bar{f}_1 = (1,1,1)$, $\bar{f}_2 = (1,1,-1)$ och $\bar{f}_3 = (1,-1,0)$. Bestäm avbildningens matris relativt denna bas, dvs bestäm ${}_{\mathbf{f}}\mathbf{A}_{\mathbf{f}}$.

   (e) Låt $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$ och $\bar{e}_3$ beteckna standardbasen i R^3. Bestäm matriserna ${}_{\mathbf{e}}\mathbf{A}_{\mathbf{f}}$, ${}_{\mathbf{f}}\mathbf{A}_{\mathbf{e}}$ och ${}_{\mathbf{e}}\mathbf{A}_{\mathbf{e}}$

2. Låt A beteckna den linjära avbildning från R^3 till R^3 som består av först en spegling i planet $x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$ och därefter en projektion på planet $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$.

   (a) Bestäm matrisen för denna linjära avbildning relativt standardbasen.

   (b) Bestäm avbildningens bildrum och nollrum.

3. Om den linjära avbildningen A vet man att $A(1,2,-1) = (2,2,1)$, $A(0,1,3) = (2,1,1)$ och $A(1,1,1) = (1,1,0)$. Bestäm den inversa avbildningens matris relativt standardbasen.

4. Visa att avbildningen A från R^3 till R^3 definierad genom

$$A(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, 1 + x_3 + x_1) \quad (x_1,x_2,x_3) \in R^3$$

   inte är linjär.

5. (a) Konstruera en linjär avbildning A från R^4 till R^4 sådan att A:s bildrum har dimension 2 och $A \circ A$ avbildar alla vektorer på nollvektorn.

   (b) Visa att detta är omöjligt om A är en linjär avbildning från R^3 till R^3.