Institutionen för matematik
KTH

<u>SF1613, Matematik II för CL. Inlämningsuppgift nr 1.</u>

Använd de tre sista siffrorna i ditt personnummer som parametervärden dvs (a,b,c) i uppgifterna nedan. Tag bort eventuella nollor och ingen siffra får förekomma mer än en gång.
Ange dina parametrar tillsammans med ditt textade namn på inlämningsbladet.
Uppgiften måste lämnas in i pappersform (dvs ej skickas via datorn).

Godkänd uppgift ger 2 poäng till tentamen. Skriftlig och muntlig redovisning krävs.

Lämnas in senast den 9 mars 2011. Muntlig redovisning sker den 17 mars. (Tider meddelas senare)

---

1. Betrakta matrisen $A = \begin{pmatrix} -2 & 2a+4 & 2b-1 \\ 1 & -a-1 & -3b+3 \\ -2 & 2a+3 & 4b-2 \end{pmatrix}$ och vektorn $\overline{f} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

a) Sätt in dina parametervärden i matrisen A och vektorn $\overline{f}$.

b) Lös systemet $A\overline{x} = \overline{f}$ med Gausselimination.

c) Bestäm A^{-1} .

d) Lös ekvationssystemet $A\overline{x} = \overline{f}$ med hjälp av A^{-1}.

e) Lös ekvationssystemet $A\overline{x} = \overline{f}$ med hjälp av Cramers regel.

1 a) – e) räknas för hand och redovisas.

f) Kontrollera ditt svar med hjälp av Maple. Ladda in with(linalg); och där ser du vilka funktioner som finns. Kontrollera hur de används med ”help”. Använd tex matrix, det, gausselim, gaussjord, inverse etc. Det räcker att kontrollera en lösning. Lämna med en kopia på kontrollen i Maple.

g) Rita de tre planen i Maple. Ladda in with(plots); och använd t ex display3d tillsammans med implicitplot3d eller plot3d. Rita de tre figurerna i samma bild.

Använd gärna axes=boxed och drag figuren med musen så ser man planen ifrån olika håll och hur de skär varandra.

2.a) Ett sätt att bestämma en rät linje i planet genom punkterna (x_1, y_1) och (x_2, y_2) är att använda sig av determinanten $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$. Bestäm på detta sätt linjen genom punkterna (a,b) och (b,c) .

b) På liknande sätt kan man bestämma kurvor. Vilken typ av andragradskurva är $\begin{vmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ insatt punkterna (1,7), (6,2) och (a,b) ?

3. Betrakta matriserna

$$A = \begin{pmatrix} -ab & a & 1+a^2b \\ -2bc & 2c & b-c^2+2abc \\ -b & 1 & ab \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2a-b+4c+5 & -a+b-2c-2 & 2a-2b+4c+4 \\ 2a+4c+4 & -a-2c-1 & 2a+4c+4 \\ b & -b & 2b+1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} b+c+8 & 0 & c-b+4 \\ 0 & a & 0 \\ c-b+4 & 0 & b+c+8 \end{pmatrix}$$

a) Visa att A ej är diagonaliserbar genom att bestämma A:s egenvärden och egenvektorer.

b) Visa att B är diagonaliserbar genom att bestämma tre linjärt oberoende egenvektorer till B. Bestäm också en matris P och en diagonalmatris D så att $P^{-1}BP = D$. Verifiera att $BP = PD$.

c) Matrisen C är symmetrisk. Visa att C är ortogonalt diagonaliserbar genom att bestämma tre ortonormerade egenvektorer till C. Bestäm också en ortogonal matris O och en diagonalmatris D_1, så att $O^{-1}CO = D_1$, samt verifiera denna likhet.

Uppgiften 3 kan du antingen göra helt för hand eller i Maple – du får välja själv. Du kan också blanda de två sätten. I Maple har du nytta av kommandona eigenvects och eigenvals.

4. Vilken är den geometriska betydelsen av $2x^2 + 2y^2 + cz^2 + 2cxy = 1$?

Det finns en allmän inledning till Maple som du kan hitta under kursen SF1619 (Analytiska metoder och linjär algebra II) från läsåret 08-09.