

Institutionen för matematik
KTH

SF1613, Matematik II för CL. Inlämningsuppgift nr 2.

Använd de tre sista siffrorna i ditt personnummer som parametervärden dvs (a,b,c) i uppgifterna nedan. Tag bort eventuella nollor och ingen siffra får förekomma mer än en gång.

Ange dina parametrar tillsammans med ditt textade namn på inlämningsbladet. Uppgiften måste lämnas in i pappersform (dvs ej skickas via datorn).

Godkänd uppgift ger 2 poäng till tentamen. Skriftlig och muntlig redovisning krävs.

Den skriftliga delen skall lämnas senast den 5 maj 2011. Muntlig redovisning blir preliminärt i vecka 20.

Uppgifterna kan räknas för hand eller med hjälp av Maple. Alla räkningar(körningar) skall redovisas på papper.

1. Bestäm ekvationerna till normallinjen och tangentplanet till ytan $(a+b)x^2 - 2cy^2 - 2z = 0$ i punkten $(2, 1, 2(a+b) - c)$.

2. Bestäm MacLaurinpolynomet av grad 2 till funktionen .
 $f(x, y) = \cos(ax + by)e^{(ax-y)} - cx + y$.

3. Temperaturen i en tunn metallisk platta anges av funktionen
 $T(x, y) = b \ln \arctan \frac{ay}{x}$. Ange den riktning i vilken temperaturen växer snabbast från punkten $(a, 1)$.

4. Transformera $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ då $x = a \ln u + a \ln v + c$ och $y = b \ln u - b \ln v + c$.

5. Bestäm de lokala extremvärdena till funktionen $f(x, y) = xye^{-\frac{cx^2 + y^2 + b}{2a}}$
(Det finns 5 stationära punkter).

6. Bestäm det största och minsta värdet av funktionen

$$f(x, y) = ax^2 - bxy + ay^2 \text{ då } x^2 + y^2 \leq 4 .$$

7. Betrakta funktionen $g: \begin{cases} x = -au^3 + v^3 \\ y = -buv - cv^2 \end{cases}$.

a) Har funktionen en differentierbar invers i en omgivning av punkten $(u, v) = (1, 1)$? Motivera!

b) I så fall beräkna $\frac{d(u, v)}{d(x, y)}$, u'_x och v'_x i punkten där $(u, v) = (1, 1)$.

8. Visa att ekvationssystemet $\begin{cases} 2e^{ax} - e^{ay} - e^z = 0 \\ xyz = a \end{cases}$ definierar i en

omgivning av punkten $(1, 1, a)$ precis två kontinuerligt deriverbara funktioner $x = x(z)$ och $y = y(z)$. Beräkna $y'(a)$.

9. a) Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, då D begränsas av kurvorna

$$y = \frac{x^2}{8} , y = a^3 x^2 \text{ och } xy = a^3 .$$

b) Beräkna dubbelintegralen $\iint_D (ax + by)e^{ax-by} dx dy$, D ges av

$$1 \leq a^2 x^2 + b^2 y^2 \leq 2 , 0 \leq ax - by \leq 1 \text{ och } x > 0 .$$

10. a) Beräkna $\iiint_D (xyz + b) dx dy dz$ där

$$D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\} .$$

b) Beräkna volymen av den kropp som begränsas av paraboloiden $z = x^2 + ay^2$ och cylindern $z = 2a - ay^2$.