KTH Matematik
Gunnel Roman

Tentamen i Matematik II, för CL, SF1613.

Dag och tid: Tisdag den 25 aug 2009 kl 14.00 – 19.00.

Inga hjälpmedel.

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera.
Uppgifterna 1 - 5 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer j ger automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte skall lösas).
Uppgifterna 6 - 8 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter.
Uppgifterna 9 - 11 är mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, s.k. VG-poäng.
Preliminära betygsgränser:
A - 39 poäng varav minst 8 VG-poäng
B - 35 poäng varav minst 5 VG-poäng
C - 30 poäng varav minst 2 VG-poäng
D - 26 poäng, E - 25 poäng och Fx - 23 poäng.

Lycka till!!

-------------------------Uppgifter som svarar mot varsin KS-------------------------

1. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Lös ekvationen detA=0 .
(detA=determinanten för matrisen A).

2. Lös för alla värden på a och b systemet $\begin{cases} ax + y = b \\ x + ay = a \end{cases}$.

3. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{e} - 1}{\sqrt{n}}$ är divergent eller konvergent.

4. Hur transformeras den partiella differentialekvationen $xf'_x + yf'_y = 0$ genom variabelbytet $u = \dfrac{y}{x}$ och $v = y$? Försök också att lösa ekvationen.

5. Beräkna linjeintegralen $\int_C (y^2 - x^2)dx - 2xydy$ där C är randen till triangeln med hörn i (0,0), (2,0) och (1,1) tagen i positiv led.

------------------------------------G-uppgifter--

6. Bestäm konvergensradien för potensserien $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{e^{n \ln n} x^n}{(n+1)^n}$.

7. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \dfrac{dxdy}{(1 + x + 2y)^2}$ där D är fyrhörningen med hörn i (1,2), (3,1), (3,-1), och (1,0) .

8. Bestäm största och minsta värdet för $U(x, y) = 1 - x^2 + 2x - y^2$ i den slutna triangeln som har hörn i (0,-1), (2,0) och (0,2) .

------------------------------------VG-uppgifter--

9. Är matrisen A= $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -5 \\ 3 & 7 & -15 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ diagonaliserbar? Om A är möjlig att diagonalisera ange diagonalmatrisen. (Svaret måste motiveras och enbart ja eller nej ger inget poäng).

10. Bestäm tangentvektorn till skärningskurvan mellan ytorna $z = e^{xy}$ och $y = e^{xz}$ i punkten (0,1,1) .

11. Beräkna" volymen" av den fyrdimensionella enhetssfären d.v.s. $\iiiint_V dxdydzdu$ där V definieras av $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \le 1$.