KTH Matematik
Gunnel Roman

Tentamen i Matematik II, för CL, SF1613.

Dag och tid: Onsdag den 25 maj 2011 kl 8.00 – 13.00.

Inga hjälpmedel.

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera.
Uppgifterna 1 - 5 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer j ger automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte skall lösas).
Uppgifterna 6 - 8 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter.
Uppgifterna 9 - 11 är mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, s.k. VG-poäng.
Preliminära betygsgränser:
A - 40 poäng varav minst 8 VG-poäng
B - 36 poäng varav minst 5 VG-poäng
C - 32 poäng varav minst 2 VG-poäng
D - 29 poäng, E - 27 poäng och Fx - 25 poäng.

Lycka till!!

-------------------------Uppgifter som svarar mot varsin KS--------------------------

1. För vilka värden på a och b har ekvationssystemet oändligt många lösningar? Ange även dessa lösningar.

$$\begin{cases} x - y + 2z = b \\ x + 6y - 5z = -4 \\ 3x + 4y + az = 2 \end{cases} \quad .$$

2. Avgör om vektorerna (-1,-1,0,1) , (1,2,3,-1) , (7,0,4,6) och (-6,0,3,3) är linjärt oberoende ? (Endast svar ger inga poäng,)

3. Bestäm de x-värden för vilka $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n e^n}{n+1}$ konvergerar.

4. Då det regnar på ytan $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$ uppstår en vattenpöl. Var?

5. Beräkna $\iint_D \sqrt{y^2+4y}\,dxdy$ där D är triangeln med hörn i (0,0) , $(0,\frac{3}{2})$ och $(2,\frac{3}{2})$.

------------------------------------G-uppgifter--

6. Bestäm en punkt på ytan $z = xy$, i vilken ytan har samma normalriktning som planet $x + y + z = 0$.

7. a) Bestäm egenvärden och motsvarande egenvektorer till matrisen

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} .$$ (3 p)

b) Kan man bestämma b så att $C=\begin{pmatrix} b & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ blir invers till A? (1 p)

8. Bestäm $\iint_D \frac{x^2}{1+(x^2+y^2)^2}dxdy$ då $D = \{(x,y): 1 \le x^2+y^2 \le 4, x \le y\}$

-------------------------------------VG-uppgifter--

9. Beräkna linjeintegralen $\int_C (\sin^2 x - y\cos^2 x)dx + (\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x)dy$

där C är randen till fyrhörningen med hörn i (0,0) , (3,0) , (2,1) och (1,1) tagen i positiv led.

10. Temperaturen i en punkt (x,y) på en metallskiva är $T(x,y) = x^2 - xy + y^2$.
En myra som befinner sig på skivan går längs randen till området D där $D = \{(x,y): x \ge 0, -x \le y \le x, x^2+y^2 = 4\}$.
Vilken är den högsta och lägsta temperatur myran träffar på?

11 . Sätt $F(a) = \int_0^a \frac{\sin ax}{x}dx$ och $G(a) = 2\int_0^a \frac{\sin x^2}{x}dx$.
Visa att $F(a) = G(a)$.
Ledning: Använd dubbelintegralen $\iint_D \cos xy\,dxdy$ där D är området $0 \le y \le x \le a$.